

## ЗАГАЛЬНІ ПІДХОДИ ЩОДО СИНТЕЗУ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ МЕТОДОМ УЗАГАЛЬНЕНОГО ХАРАКТЕРИСТИЧНОГО ПОЛІНОМА

Мельник О. О., Шеремет О. І.

Продемонстрированный в статье метод обобщенного характеристического полинома дает возможность синтезировать системы автоматического управления на единых методологических принципах, обеспечивая комплексный подход к формированию нулей и полюсов передаточных функций систем, и эти системы автоматического управления обеспечивают управление выходной координатой согласно любой выбранной стандартной форме переходной функции. Синтез методом обобщенного характеристического полинома значительно расширяет возможности систем подчиненного регулирования, обеспечивая их динамические показатели не только в соответствии с техническим или симметричным оптимумом, но и любой стандартной форме переходных функций без использования фильтров, а только с помощью регуляторов координат регулирования. Синтезированные системы автоматического управления методом обобщенного характеристического полинома дают возможность совместить преимущества систем модального регулирования и преимущества систем подчиненного регулирования.

Продемонстрований у статті метод узагальненого характеристичного полінома дає можливість синтезувати системи автоматичного керування на єдиних методологічних засадах, забезпечуючи комплексний підхід до формування нулів та полюсів передавальних функцій систем, і ці системи автоматичного керування забезпечують керування вихідною координатою згідно з будь-якою вибраною стандартною формою перехідної функції. Синтез методом узагальненого характеристичного полінома значно розширює можливості систем підпорядкованого регулювання, забезпечуючи їх динамічні показники не тільки у відповідності з технічним чи симетричним оптимумом, але й будь-якою стандартною формою перехідних функцій без використання фільтрів, а тільки за допомогою регуляторів координат регулювання. Синтезовані системи автоматичного керування методом узагальненого характеристичного полінома дають можливість поєднати переваги систем модального регулювання і переваги систем підпорядкованого регулювання.

The method of the generalized characteristic polynomial demonstrated in the article makes it possible to synthesize automatic control systems on unified methodological principles, providing a comprehensive approach to the formation of zeros and poles to transfer functions in systems, and these automatic control systems provide control of the output coordinate according to any chosen standard form of the transition function. Synthesis by the method generalized characteristic polynomial greatly extends the capabilities of the systems of subordinate regulation, ensuring their dynamic performance not only in accordance with the technical or symmetrical optimum, but also any standard form of transition functions without the use of filters, but only with the help of regulating coordinates. The synthesized systems of automatic control by the method generalized characteristic polynomial make it possible to combine the advantages of modal regulation systems and the advantages of subordinate regulation systems.

Мельник О. О.

магістр каф. ЕСА ДДМА

Шеремет О. І.

канд. техн. наук, доц. каф. ЕСА ДДМА, докторант ДДТУ  
sheremet-oleksii@ukr.net

ДДМА – Донбаська державна машинобудівна академія, м. Краматорськ.

ДДТУ – Дніпровський державний технічний університет, м. Кам'янське.

УДК 62-83:62-50

Мельник О. О., Шеремет О. І.

## ЗАГАЛЬНІ ПІДХОДИ ЩОДО СИНТЕЗУ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ МЕТОДОМ УЗАГАЛЬНЕНОГО ХАРАКТЕРИСТИЧНОГО ПОЛІНОМА

При синтезі системи автоматичного керування важливим є забезпечення стандартних форм перехідної функції вихідної координати регулювання. Ці форми опосередковано можна представити за допомогою нулів та полюсів передавальної функції системи. У свою чергу положення на комплексній площині, як нулів, так і полюсів передавальної функції електро-механічної системи визначаються певними параметрами системи, а саме: значеннями коефіцієнтів підсилення в тому числі і зворотних зв'язків, параметрами різноманітних регуляторів, а також параметрами об'єкта регулювання [1].

Використання методу узагальненого характеристичного полінома, для синтезу системи автоматичного керування електроприводами постійного струму відображено в роботах [2–4], а стосовно електроприводів змінного струму – в роботах [5, 6]. Розглянемо суть цього методу.

При синтезі системи автоматичного керування важливим є забезпечення стандартних форм перехідної функції вихідної координати регулювання. Ці форми опосередковано можна представити за допомогою нулів та полюсів передавальної функції системи. У свою чергу положення на комплексній площині, як нулів, так і полюсів передавальної функції електро-механічної системи визначаються певними параметрами системи, а саме: значеннями коефіцієнтів підсилення в тому числі і зворотних зв'язків, параметрами різноманітних регуляторів, а також параметрами об'єкта регулювання.

Метою роботи є демонстрація загальних підходів щодо синтезу електромеханічних систем методом узагальненого характеристичного полінома

Розглянемо задачу знаходження передавальних функцій окремих елементів системи автоматичного керування, структура якої задана, при відомих параметрах об'єкта регулювання. Мова йде про параметричний синтез при невідомих передавальних функціях елементів змінюваної частини електромеханічної системи.

У загальному випадку передавальна функція  $W(p)$  системи автоматичного керування визначається передавальними функціями окремих складових її елементів, що її формують і які перебувають у певних функціональних зв'язках, що визначаються якоюсь заданою структурною схемою системи. Тому вираз  $W(p)$  може бути записаний наступним чином:

$$W(p) = \frac{f[W_1(p), W_2(p), \dots, W_k(p)]}{\varphi[W_1(p), W_2(p), \dots, W_s(p)]}, \quad (1)$$

де  $W_1(p), W_2(p), \dots, W_k(p), \dots, W_s(p)$  – передавальні функції всіх елементів системи автоматичного керування.

Кількість аргументів функцій  $f$  та  $\varphi$  може бути різною, або однаковою, і це залежить від конкретної структури системи. Серед таких аргументів виділимо дві групи передавальних функцій. Одна - це відомі передавальні функції елементів системи автоматичного керування (як правило, це елементи незмінюваної частини системи), що описуються за допомогою відповідних коефіцієнтів підсилення  $K_1, K_2, \dots, K_r$  та сталих часу  $T_1, T_2, \dots, T_r$ . Друга група – це невідомі передавальні функції  $W_1^*(p), W_2^*(p), \dots, W_v^*(p)$  елементів (як правило – це елементи змінюваної частини системи), які потрібно синтезувати, виходячи з умови забезпечення відповідних динамічних показників системи автоматичного керування, зокрема стандартних форм перехідних функцій координат регулювання (біноміальна, Баттерворта, Чебишева і т.д.). Завдання синтезу

системи автоматичного керування полягає в знаходженні в невідомих передавальних функцій елементів, що входять у систему, виходячи з якогось критерію поведінки координати регулювання в динаміці.

Після підстановки передавальних функцій елементів, віднесених до першої групи, у вираз (1), отримаємо:

$$W(p) = \frac{f[K_1, K_2, \dots, K_r, T_1, T_2, \dots, T_p, p, p^2, \dots, p^m, W_1^*(p), W_2^*(p), \dots, W_v^*(p)]}{\varphi[K_1, K_2, \dots, K_r, T_1, T_2, \dots, T_p, p, p^2, \dots, p^n, W_1^*(p), W_2^*(p), \dots, W_v^*(p)]} \quad (2)$$

Очевидно, що і в чисельник, і в знаменник виразу (2) буде входити оператор  $p$  в різних степенях. Якщо згрупувати члени, в які входять однакові степені  $p$ , по мірі їх спадання, то чисельник виразу (2)  $G(p)$  може бути представлений у вигляді полінома, де замість коефіцієнтів при  $p$  у відповідному степені є функціональні залежності:

$$\begin{aligned} G(p) &= a_0 [K_1, K_2, \dots, K_r, T_1, T_2, \dots, T_p, W_1^*(p), W_2^*(p), \dots, W_v^*(p)] p^m + \rightarrow \\ &\rightarrow + a_1 [K_1, K_2, \dots, K_r, T_1, T_2, \dots, T_p, W_1^*(p), W_2^*(p), \dots, W_v^*(p)] p^{m-1} + \dots \rightarrow \\ &\rightarrow \dots + a_m [K_1, K_2, \dots, K_r, T_1, T_2, \dots, T_p, W_1^*(p), W_2^*(p), \dots, W_v^*(p)] p^0. \end{aligned} \quad (3)$$

Аналогічним чином запишемо знаменник у вигляді виразу характеристичного полінома  $B(p)$  даної передавальної функції.

$$\begin{aligned} B(p) &= b_0 [K_1, K_2, \dots, K_r, T_1, T_2, \dots, T_p, W_1^*(p), W_2^*(p), \dots, W_v^*(p)] p^n + \rightarrow \\ &\rightarrow + b_1 [K_1, K_2, \dots, K_r, T_1, T_2, \dots, T_p, W_1^*(p), W_2^*(p), \dots, W_v^*(p)] p^{n-1} + \dots \rightarrow \\ &\rightarrow \dots + b_n [K_1, K_2, \dots, K_r, T_1, T_2, \dots, T_p, W_1^*(p), W_2^*(p), \dots, W_v^*(p)] p^0. \end{aligned} \quad (4)$$

Вирази (3) і (4) приведені для найбільш загального випадку, коли в кожну функцію  $a_i$  та  $b_j$  входять всі відомі параметри елементів і всі невідомі передавальні функції. Звичайно, в конкретних випадках можуть бути ситуації, коли їх кількість у кожній функції  $a_i$  та  $b_j$  буде меншою, ніж приведено в (3) та (4). Крім цього,  $a_i$  та  $b_j$  можуть бути не тільки функціональними залежностями, але й приймати постійні значення, в тому числі й нульові у виразі (3).

Якщо у виразі (4) виявиться відсутня складова з відповідним степенем  $p$ , то її потрібно утворити на основі будь-якої іншої складової, котру слід домножити і поділити на  $p$  в тому степені, якого бракує. Нехай для якоїсь системи автоматичного керування отримано наступний вираз  $B(p)$ , де відсутня величина  $p^{n-1}$ :

$$\begin{aligned} B(p) &= b_0 [K_1, K_2, \dots, K_r, T_1, T_2, \dots, T_p, W_1^*(p), W_2^*(p), \dots, W_v^*(p)] p^n + \rightarrow \\ &\rightarrow + b_1^* [K_1, K_2, \dots, K_r, T_1, T_2, \dots, T_p, W_1^*(p), W_2^*(p), \dots, W_v^*(p)] + \dots \rightarrow \\ &\rightarrow \dots + b_n [K_1, K_2, \dots, K_r, T_1, T_2, \dots, T_p, W_1^*(p), W_2^*(p), \dots, W_v^*(p)] p^0. \end{aligned}$$

Тоді згідно з вище наведеною рекомендацією запишемо:

$$\begin{aligned} B(p) &= b_0 [K_1, K_2, \dots, K_r, T_1, T_2, \dots, T_p, W_1^*(p), W_2^*(p), \dots, W_v^*(p)] p^n + \rightarrow \\ &\rightarrow + \{b_1^* [K_1, K_2, \dots, K_r, T_1, T_2, \dots, T_p, W_1^*(p), W_2^*(p), \dots, W_v^*(p)] / p^{n-1}\} p^{n-1} + \dots \rightarrow \\ &\rightarrow \dots + b_n [K_1, K_2, \dots, K_r, T_1, T_2, \dots, T_p, W_1^*(p), W_2^*(p), \dots, W_v^*(p)] p^0 = \rightarrow \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\rightarrow = b_0 [K_1, K_2, \dots, K_r, T_1, T_2, \dots, T_p, W_1^*(p), W_2^*(p), \dots, W_v^*(p)] p^n + \rightarrow \\ &\rightarrow + b_1 [K_1, K_2, \dots, K_r, T_1, T_2, \dots, T_p, W_1^*(p), W_2^*(p), \dots, W_v^*(p)] p^{n-1} + \dots \rightarrow \\ &\rightarrow \dots + b_n [K_1, K_2, \dots, K_r, T_1, T_2, \dots, T_p, W_1^*(p), W_2^*(p), \dots, W_v^*(p)] p^0. \end{aligned}$$

Тут функція  $b_1[\ ] = b_1^*[\ ] / p^{n-1}$ .

Характеристичний поліном (4) необхідно представляти поліномом, в якому є всі степені оператора  $p$  при функціях  $b_j(p)$  тому, що коли цього не вдається зробити, то синтезувати систему автоматичного керування методом узагальненого характеристичного полінома не можна. Дане твердження стане очевидним нижче. В електромеханічних замкнених системах завжди можна отримати вираз  $B(p)$  у вигляді формули (4), а тому розглядатимемо саме такі системи автоматичного керування.

Для компактності запису надалі позначатимемо функції, що формують вирази (3) і (4), як  $a_i(p)$  та  $b_j(p)$ . З урахуванням цього отримаємо:

$$W(p) = \frac{a_0(p)p^m + a_1(p)p^{m-1} + \dots + a_m(p)p^0}{b_0(p)p^n + b_1(p)p^{n-1} + \dots + b_n(p)p^0}. \quad (5)$$

Функціональні залежності  $b_j(p)$  повинні бути такими, щоб згідно критерію Стодоли жоден член характеристичного полінома передавальної функції (5) не став рівним нулеві. Отже,  $b_j(p) \neq 0$ . Розділимо чисельник і знаменник виразу (5) на поліном, який є у чисельнику. Тоді:

$$W(p) = \frac{1}{\frac{b_0(p)}{G(p)} p^n + \frac{b_1(p)}{G(p)} p^{n-1} + \dots + \frac{b_n(p)}{G(p)} p^0}.$$

Таким чином характеристичний поліном  $H(p)$ , який називається узагальненим (звідси назва методу), формується з урахуванням полінома чисельника передавальної функції (5) і він має вигляд:

$$H(p) = \frac{b_0(p)}{G(p)} p^n + \frac{b_1(p)}{G(p)} p^{n-1} + \dots + \frac{b_n(p)}{G(p)} p^0. \quad (6)$$

Поставимо вимогу, щоб шукані передавальні функції елементів електромеханічної системи звели  $H(p)$  до вигляду, при якому забезпечиться якась стандартна форма розподілу коренів характеристичного рівняння.

У загальному випадку стандартній формі відповідає характеристичний поліном  $H_{ст}(p)$ . В цьому виразі величини  $C_j(p)$  – у більшості випадків є постійними коефіцієнтами, які визначають ту, чи іншу стандартну форму характеристичного полінома ( $C_j \neq 0$ ), хоча може мати місце і функціональна залежність, наприклад, при налаштуванні системи керування на технічний, або симетричний оптимум. Так, якщо розглядати налаштування двоконтурної СПР на технічний оптимум, то можна записати:

$$H_{ст}^r(p) = 8T_{тп}^2(pT_{тп}+1)p^2 + 4T_{тп}p + 1,$$

а при налаштуванні на біноміальну стандартну форму другого порядку, то отримаємо:

$$H_{ст}^b(p) = p^2 + 2\omega_0 p + \omega_0^2.$$

Очевидно, що в першому випадку, отримано:  $C_0(p) = 8T_{тп}^2(pT_{тп}+1)$ ,  $C_1(p) = 4T_{тп}$ ,  $C_2(p) = 1$ , а в другому випадку:  $C_0(p) = 1$ ,  $C_1(p) = 2\omega_0$ ,  $C_2(p) = \omega_0^2$ . Отже, дійсно,  $C_j(p)$  може бути, як функціями, так і постійними величинами, в залежності від вигляду стандартного полінома. Прирівняємо вирази при однакових степенях  $p$ . Отримаємо наступну систему  $n + 1$  рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} \frac{b_0(p)}{a_0(p)p^m + a_1(p)p^{m-1} + \dots + a_m(p)p^0} &= C_0(p), \\ \frac{b_1(p)}{a_0(p)p^m + a_1(p)p^{m-1} + \dots + a_m(p)p^0} &= C_1(p), \\ &\vdots \\ \frac{b_n(p)}{a_0(p)p^m + a_1(p)p^{m-1} + \dots + a_m(p)p^0} &= C_n(p). \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Отут стає зрозумілою вимога до форми представлення  $B(p)$  згідно виразу (4) з усіма степенями  $p$ . Таким чином, у систему  $n + 1$  алгебраїчних рівнянь в операторній формі входить  $v$  невідомих передавальних функцій. Якщо  $v < n + 1$ , то статус невідомої величини слід надати деяким параметрам  $K_r$  та  $T_p$ , які можна змінювати, або скорегувати кількість алгебраїчних рівнянь, щоб виконувалась умова  $v = n + 1$ . Тоді порядок стандартного характеристичного полінома вибирається у відповідності до найвищого степеня оператора  $p$  в узагальненому характеристичному поліномі. Для ілюстрації такого підходу представимо вираз (6) наступним чином:

$$H(p) = \left[ \frac{b_0(p)}{G(p)} p + \frac{b_1(p)}{G(p)} \right] p^{n-1} + \frac{b_2(p)}{G(p)} p^{n-2} + \dots + \frac{b_n(p)}{G(p)} p^0.$$

Якщо  $v > n + 1$ , то надлишкові невідомі передавальні функції можна вибрати довільно, в тому числі і нульовими. У деяких випадках можлива ситуація, коли система (7) складається з  $n$ , а не з  $n+1$  рівнянь. Це має місце в системах підпорядкованого регулювання, які забезпечують технічний, чи симетричний оптимум.

Розглянемо синтез регуляторів струму та швидкості електроприводу постійного струму за системою ТП-Д виходячи із загальноновідомих принципів налаштування систем підпорядкованого регулювання (СПР). При цьому передбачаються допущення, що тиристорний перетворювач представляється ланкою першого порядку; параметри системи є такими, що внутрішнім зворотним зв'язком за ЕРС можна знехтувати; потік збудження двигуна постійного струму постійний, а тому має місце співвідношення  $C_e \Phi = C_m \Phi = C = const$ .

У цьому випадку передавальна функція контуру струму буде:

$$W_I(p) = \frac{\frac{K_{mn}}{T_{mn} T_{я} R_{я}} W_{pc}(p)}{\left( p + \frac{1}{T_{mn}} \right) \cdot \left( p + \frac{1}{T_{я}} \right) + \frac{K_c K_{mn} W_{pc}(p)}{T_{mn} T_{я} R_{я}}}. \quad (8)$$

З виразу (1) знайдемо узагальнений характеристичний поліном  $H(p)$ :

$$H(p) = \frac{(p + 1/T_{mn})(p + 1/T_{я})}{K_c K_{mn} W_{pc} / (T_{mn} T_{я} R_{я})} p + 1. \quad (9)$$

Прирівнявши  $H(p)$  та  $H_{ст}(p)$ , отримаємо:

$$\frac{(p + 1/T_{mn})(p + 1/T_{я})}{\frac{K_c K_{mn} W_{pc}(p)}{T_{mn} T_{я} R_{я}}} = 2T_{mn}(T_{mn} p + 1). \quad (10)$$

Розв'язавши дане рівняння відносно  $W_{pc}(p)$ , запишемо:

$$W_{pc}(p) = \frac{R_{я} T_{я}}{2T_{mn} K_c K_{mn}} + \frac{R_{я}}{2T_{mn} K_c K_{mn} p} = K_{pc} + \frac{1}{T_{pc} p}. \quad (11)$$

Таким чином, синтезовано регулятор струму при технічному оптимумі його налаштування методом узагальненого характеристичного полінома. При цьому отримані результати є ідентичними тим, які мають місце при традиційному підході до синтезу цього регулятора [6].

### ВИСНОВКИ

Запропонований метод узагальненого характеристичного полінома дає можливість синтезувати системи автоматичного керування на єдиних методологічних засадах, забезпечуючи комплексний підхід до формування нулів та полюсів передатних функцій систем, і ці системи автоматичного керування забезпечують керування вихідною координатою згідно з будь-якою вибраною стандартною формою перехідної функції.

Синтез методом узагальненого характеристичного полінома значно розширює можливості систем підпорядкованого регулювання, забезпечуючи їх динамічні показники не тільки у відповідності з технічним чи, симетричним оптимумом, але й будь-якою стандартною формою перехідних функцій без використання фільтрів, а тільки за допомогою регуляторів координат регулювання.

Синтезовані системи автоматичного керування методом узагальненого характеристичного полінома дають можливість поєднати переваги систем модального регулювання (великий спектр забезпечення динамічних характеристик) і переваги систем підпорядкованого регулювання (поетапне налаштування контурів, обмеження проміжних координат, уніфікація налаштування контурів) [7].

Використання методу узагальненого характеристичного полінома передбачає наявність основної (базової) величини – це задана швидкодія кінцевої координати, при вибраній стандартній формі її перехідної функції. Швидкодія проміжних координат підпорядковується цій базовій величині, на відміну від традиційних методів синтезу систем підпорядкованого регулювання, де базовою величиною виступає швидкодія внутрішнього, наприклад струмового контуру, а швидкодія кінцевої координати буде тим меншою, чим більше контурів утворюють систему. Обмежуючим фактором максимально можливої швидкодії вихідної координати регулювання запропонованих систем підпорядкованого регулювання, служить частота пропускання джерел живлення двигунів та їх перевантажувальна здатність [8, 9].

### СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Маруцак Я. Ю. Синтез електромеханічних систем з послідовним та паралельним коригуванням : навч. посіб. / Я. Ю. Маруцак. – Львів : Видавництво національного університету «Львівська політехніка», 2005. – 208 с.
2. Акимов Л. В. Электромеханические системы скорости и положения с нетрадиционными регуляторами скорости и наблюдателями состояния / Л. В. Акимов, В. И. Колотило. – Харьков : ХГПУ, 2000. – 93 с.
3. Маруцак Я. Ю. Синтез регуляторів електромеханічних систем постійного струму методом узагальненого характеристичного полінома // Я. Ю. Маруцак // Технічна електродинаміка. – 2000. – № 2. – С. 72–77.
4. Маруцак Я. Ю. Використання стандартних форм розподілу коренів при синтезі електромеханічних систем методом параметричної оптимізації / Я. Ю. Маруцак // Вісник Харківського Національного політехнічного університету. Проблеми автоматизованого електроприводу. Теорія і практика. – Харків : ХНПУ, 2001. – № 10. – С. 88–90.
5. Маруцак Я. Ю. Синтез регуляторів САР електроприводу ТПЧ-АД методом узагальненого характеристичного полінома / Я. Ю. Маруцак, В. М. Кравцов // Вісник Запорізького технічного університету. Радіоелектроніка, інформатика, управління. – Запоріжжя : ЗДТУ, 2000. – № 2(4). – С. 141–146.
6. Маруцак Я. Ю. Метод синтезу систем підпорядкованого регулювання, який забезпечує стандартні форми розподілу коренів характеристичного рівняння / Я. Ю. Маруцак // Вісник Харківського державного політехнічного університету. Проблеми автоматизованого електроприводу. Теорія і практика. Спец. вып. – Харків : ХДПУ, 1998. – С. 190–192.
7. Лозинский О. Ю. Некоторые аспекты формирования управляющих воздействий в электромеханических системах / О. Ю. Лозинский, Я. Ю. Маруцак, А. О. Лозинский // Электротехника. – 1999. – № 5. – С. 52–56.
8. Садовой А. В. Синтез систем оптимального управления электроприводами / А. В. Садовой // Новое в технике автоматизированного электропривода. – Киев : Вища школа, 1990. – С. 104–162.
9. Маруцак Я. Ю. Оптимальне керування при заданій траєкторії перехідного процесу координат регулювання // Я. Ю. Маруцак // Комп'ютерні технології друкарства : зб. наук. праць Української академії друкарства. – Львів : УАД, 2000. – № 5. – С. 56–63.