

Міністерство освіти і науки України
Донбаська державна машинобудівна академія (ДДМА)

ГІДРАВЛІКА, ГІДРО- ТА ПНЕВМОПРИВОДИ

**Посібник
до практичних, лабораторних занять
та самостійної роботи**

**для студентів освітньо-професійних програм
132 «Матеріалознавство», 131 «Прикладна механіка»
денної та заочної форм навчання**

Затверджено
на засіданні вченої ради
Протокол № 3 від 28.10.2021р.

Краматорськ
ДДМА
2021

Автори:

Н. О. Макаренко, Г. М. Кущій, Д. М. Голуб, С. Г. Пліс

Рецензенти:

Чигарьов В. В., д-р техн. наук, професор, зав. кафедри «Металургія і технологія зварювального виробництва» ДВНЗ «Приазовський державний технічний університет», заслужений діяч науки і техніки України;

Перемітько В. В., д-р техн. наук, професор кафедри «Технології та устаткування зварювання», декан металургійного факультету ДВНЗ «Дніпровський державний технічний університет».

Г 46 Гідравліка, гідро- та пневмоприводи : *посібник [для студентів освітньо-професійних програм 132 «Матеріалознавство», 131 «Прикладна механіка» денної та заочної форм навчання]* / Н. О. Макаренко, Г. М. Кущій. Д. М. Голуб, С. Г. Пліс. – Краматорськ : ДДМА, 2021. – 139 с.
ISBN 978-617-7889-05-1

Посібник призначений для вивчення курсу «Гідравліка, гідро- та пневмоприводи», що забезпечить оволодіння методиками розрахунків без застосування складного математичного апарату. У посібнику наведені стислі теоретичні відомості з гідравліки, подані розв'язання типових задач, а також наведено задачі для самостійної роботи. Посібник рекомендовано застосовувати при вивченні інших професійно-технічних дисциплін за спеціальностями 132 «Матеріалознавство», 131 «Прикладна механіка» при виконанні курсових робіт та дипломних проєктів, а також при вивченні курсу «Напилення і наплавлення». Крім того, може бути застосований інженерами та аспірантами, на промислових підприємствах. Авторами були використані рекомендації редакційної комісії НТУУ «Київський політехнічний інститут».

УДК 621.791.3

© Н. О. Макаренко, Г. М. Кущій,
Д. М. Голуб, С. Г. Пліс, 2021

ISBN 978-617-7889-05-1

© ДДМА, 2021

ЗМІСТ

ВСТУП.....	5
1 ВЛАСТИВОСТІ РІДИН І ГАЗІВ.....	6
1.1 Основні властивості крапельних рідин.....	6
1.2 Задачі для самостійного розв'язування.....	11
2 ГІДРОСТАТИКА.....	14
2.1 Гідростатичний тиск.....	14
2.2 Прилади для вимірювання тиску.....	16
2.3 Сила тиску рідини на плоску та криволінійну поверхні.....	23
2.4 Закон Архімеда. Плавання тіл.....	29
2.5 Відносна рівновага рідини.....	30
2.6 Використання законів гідростатики в техніці.....	33
2.7 Задачі для самостійного розв'язування.....	39
3 ОСНОВИ КІНЕМАТИКИ ТА ДИНАМІКИ РІДИН.....	48
3.1 Загальні положення.....	48
3.2 Рівняння Бернуллі.....	49
3.3 Режими руху рідини.....	55
3.4 Задачі для самостійного розв'язування.....	56
4 ГІДРАВЛІЧНІ ОПОРИ.....	63
4.1 Поздовжні опори.....	63
4.2 Місцеві опори.....	70
4.3 Задачі для самостійного розв'язування.....	75
5 ГІДРАВЛІЧНИЙ РОЗРАХУНОК ТРУБОПРОВІДІВ.....	80
5.1 Класифікація трубопроводів.....	80
5.2 Розрахунок простого трубопроводу.....	80
5.3 Нестационарний рух рідини в трубопроводі. Гідравлічний удар.....	86
5.4 Задачі для самостійного розв'язування.....	91
6 ВИТІКАННЯ РІДИН ЧЕРЕЗ ОТВОРИ І НАСАДКИ.....	100
6.1 Витікання при сталому напорі.....	100
6.2 Витікання при змінному напорі.....	105

6.3 Сила дії струменя на стінку.....	109
6.4 Задачі для самостійного розв'язування.....	111
7 ЛАБОРАТОРНИЙ ПРАКТИКУМ.....	118
7.1 Лабораторна робота 1. Перевірка характеристик пневматичного приводу робота на відповідність технічним даним.....	118
7.2 Лабораторна робота 2. Визначення навантажувальної характеристики пневматичного приводу.....	128
7.3 Лабораторна робота 3. Дослідження впливу налагодження тиску стисненого повітря на працездатність приводу.....	130
7.4 Лабораторна робота 4. Дослідження динамічних характеристик пневматичного приводу.....	132
ДОДАТОК А. Глосарій.....	136
ЛІТЕРАТУРА.....	139

ВСТУП

В умовах ринкової економіки першорядне значення набуває підвищення технічного рівня розробляемого електрозварювального устаткування.

Актуальним завданням є, зокрема, подальше вдосконалення пневматичних приводів зварювального обладнання, які являють собою невід'ємну складову частину більшості машин контактного зварювання і широко використовуються в багатьох зварювальних установках.

Наприклад, у машинах контактного зварювання зварювальне зусилля, що створюється пневмоприводом, так само як і зварювальний струм, є найважливішим параметром, що визначає якість зварних з'єднань. Від характеристик приводів істотно залежать технологічні можливості, продуктивність, надійність і довговічність зварювальних машин.

Широке поширення пневмоприводів у зварювальних машинах пояснюється їх відомими перевагами: простотою пристрою і експлуатації, надійністю, швидкодією, порівняно нескладним регулюванням зусилля і швидкості, можливістю живлення повітрям від промислової мережі і т. ін.

До пневматичних приводів електрозварювального устаткування відносяться специфічні вимоги щодо точності підтримки зусиль у процесі зварювання і легкої рухливості електрода, високої швидкодії в поєднанні з безударною зупинкою, забезпечення заданої форми силового циклу або необхідного закону переміщення, широких меж регулювання зусилля і кількості ходів приводу за хвилину, малих відстаней між точками зварювання в багатоелектродних машинах і ін. У зв'язку з цим виникають завдання підвищення технічних показників приводів, що серійно випускаються, а також створення для зварювального устаткування приводів принципово нових типів.

Основна мета посібника – теоретична та практична підготовка майбутніх фахівців до розрахунків та проектування обладнання (гідро- та пневмоприводів), що призначене для механізації, автоматизації та підвищення продуктивності і якості технологічних процесів складання, зварювання та наплавлення.

1 ВЛАСТИВОСТІ РІДИН І ГАЗІВ

1.1 Основні властивості крапельних рідин

Рідина – це тіло, яке має властивість текучості, тобто воно здатне сильно змінювати свою форму під дією незначних сил. У гідромеханіці під рідиною розуміють звичайні, або так звані крапельні, рідини і гази, якщо швидкість їхньої течії мала (порівняно зі швидкістю звуку в цьому газі). За таких умов закони руху крапельних рідин і газів вважають однаковими.

Розглянемо основні з точки зору гідромеханіки властивості рідин та газів.

Питома маса – це відношення маси рідини m до її об'єму V :

$$\rho = m / V. \quad (1.1)$$

У системи СІ розмірність питомої маси – кілограм на метр кубічний ($\text{кг}/\text{м}^3$).

Питома вага – це відношення ваги, або сили тяжіння рідини, G до її об'єму V :

$$\gamma = G / V = mg / V = \rho g. \quad (1.2)$$

Розмірність питомої ваги в системі СІ – ньютон на метр кубічний ($\text{Н}/\text{м}^3$).

Об'ємне стиснення – це зміна об'єму ΔV і питомої маси $\Delta \rho$ рідини зі зміною тиску. Об'єм ΔV і питому масу $\Delta \rho$ після зміни тиску Δp обчислюють за формулами:

$$\Delta V = V_0 (1 - \beta_p \Delta p), \quad (1.3)$$

$$\Delta \rho = \rho_0 / (1 - \beta_p \Delta p), \quad (1.4)$$

де V_0 , ρ_0 – об'єм і питома маса за початкових умов;

β_p – об'ємний коефіцієнт стиснення, тобто відносна зміна об'єму при дії одиниці тиску,

$$\beta_p = (1 / V_0) \times (\Delta V / \Delta p). \quad (1.5)$$

Пружність – це властивість рідини поновлювати свій об'єм після припинення дії сил. Її описує об'ємний модуль пружності

$$E = 1 / \beta_p. \quad (1.6)$$

Для води $E = 2\,000\text{ МПа} = 20\,000\text{ кг·с/см}^2$, тобто зі зміною тиску на 1 кг·с/см^2 об'єм води змінюється всього на $1/20\,000$ частини. Приблизно таке ж значення об'ємного модуля пружності мають інші рідини. Тому вважають, що рідини практично нестисливі. Об'ємний модуль пружності при обчисленнях беруть до уваги лише при високих тисках, великих об'ємах та у випадку гідравлічного удару.

Стисливість газів, на відміну від рідин, має велике значення. Для ідеального газу (таким можна вважати будь-який газ при тиску до 10 МПа) діє закон Менделєєва – Клапейрона

$$pV = mRT, \quad (1.7)$$

де p – тиск;

V – об'єм;

m – маса;

T – абсолютна температура газу;

R – універсальна газова стала. Для повітря $R = 287\text{ Дж/кг·К}$, для природного газу – 520 Дж/кг·К .

Враховуючи, що питома маса $\rho = m/V$, отримаємо:

$$p = \rho R T; \quad \rho = p / RT. \quad (1.8)$$

Для реальних газів (це газу при тиску понад 10 МПа) можна користуватися формулами:

$$p = Z\rho RT; \quad \rho = p / ZRT, \quad (1.9)$$

де Z – коефіцієнт стиснення газів. Значення коефіцієнтів Z при $t = 50\text{ }^\circ\text{C}$:

тиск, МПа	10	20	30	40
Z	1,02	1,08	1,16	1,26

Температурне розширення – це зміна об'єму і питомої маси рідини зі зміною температури:

$$\Delta V = V_o (1 + \beta_t \Delta t), \quad (1.10)$$

$$\Delta \rho = \rho_o / (1 + \beta_t \Delta t), \quad (1.11)$$

де ΔV , $\Delta \rho$ – об'єм і питома маса рідини при температурі t ;

Δt – зміна температури;

β_t – температурний коефіцієнт об'ємного розширення,

$$\beta_t = (1/V_0) \times (\Delta V / \Delta t). \quad (1.12)$$

На значення β_t впливають тиск і температура. Для води при $t = 20^\circ\text{C}$ і атмосферному тиску $\beta_t = 20 \times 10^{-5} \text{ град}^{-1}$, для сталі $\beta_t = 3 \times 10^{-5} \text{ град}^{-1}$.

В'язкість – властивість рідини чинити опір під час її руху. Дотичні напруження між шарами рідини описує формула Н. П. Петрова за гіпотезою І. Ньютона

$$\tau = \mu (d_u / d_y), \quad (1.13)$$

де τ – динамічна в'язкість, Па·с;

d_u / d_y – градієнт швидкості, або швидкість зсуву;

y – відстань від стінки до шару рідини зі швидкістю v (рис. 1.1).

У гідравлічних розрахунках використовують поняття кінематичної в'язкості

$$\nu = \mu / \rho. \quad (1.14)$$

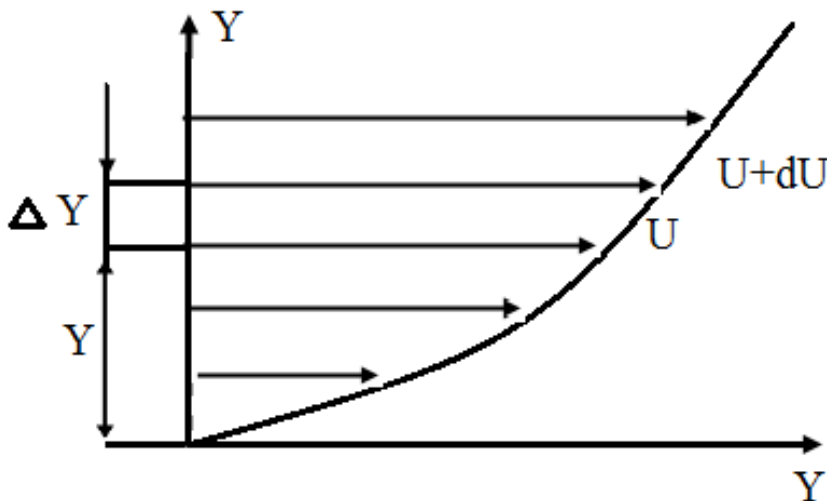


Рисунок 1.1 – Відстань від стінки до шару рідини зі швидкістю v

Її розмірність у системі СІ – метр квадратний за секунду ($\text{м}^2/\text{с}$), у системі СГС – сантиметр квадратний за секунду ($\text{см}^2/\text{с}$); $1 \text{ см}^2/\text{с}$ називається стоксом (Ст).

На в'язкість суттєво впливає температура. Зі збільшенням температури в'язкість рідин зменшується, а газів зростає.

У гідравліці для теоретичних міркувань та висновків Л. Ейлер запропонував поняття ідеальної рідини. Це умовно нев'язка рідина, яка не стискається і не розширюється. Насправді ми маємо справу з реальною рідиною, тобто будь-якою рідиною з усіма притаманними їй властивостями, що реально існує [1]–[3].

Приклад 1.1.1. 5 л нафти важить 4,25 кгс. Визначте її питому масу і питому вагу.

Розв'язання. Переводимо одиниці в СІ: $V = 5 \text{ л} = 5 \times 10^{-3} \text{ м}^3$; $G = 4,25 \text{ кгс} = 4,25 \times 9,81 = 41,7 \text{ Н}$.

Питома вага за формулою (1.2)

$$\gamma = 41,7 / 5 \times 10^{-3} = 8\,340 \text{ (Н/м}^3\text{)}.$$

Питому масу обчислимо за тією самою формулою

$$\rho = \gamma / g = 8\,340 / 9,81 = 850,8 \text{ (кг/м}^3\text{)}.$$

Приклад 1.1.2. До 5 л антифризу ($\rho_1 = 800 \text{ кг/м}^3$) долили 5,5 л води, щоб отримати 10,5 л суміші. Визначте питому масу і питому вагу суміші.

Розв'язання. Питому масу суміші обчислюють:

$$\rho = (M_1 + M_2) / (V_1 + V_2) = (\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2) / (V_1 + V_2),$$

де V_1, V_2 – відповідно об'єм антифризу і води;

ρ_1, ρ_2 – їх питомі маси.

Оскільки питома маса води $\rho_2 = 1\,000 \text{ кг/м}^3$, то

$$\rho_c = (800 \times 0,005 + 1\,000 \times 0,0055) / (0,005 + 0,0055) = 904,8 \text{ (кг/м}^3\text{)}.$$

Відповідно питома вага суміші

$$\gamma_c = \rho_c g = 904,8 \times 9,81 = 8\,876 \text{ (Н/м}^3\text{)}.$$

Приклад 1.1.3. Визначте зміну тиску, при якій початковий об'єм води зменшиться на 1,5 %.

Розв'язання. З рівняння (1.5)

$$\Delta p = (\Delta V / V_0) (1 / \beta_F),$$

де $\Delta V / V_0$ за умовою задачі дорівнює 0,015.

Прийнявши значення коефіцієнта стисливості $\beta_p = 5 \times 10^{-10} \text{ Па}^{-1}$, отримаємо:

$$\Delta p = 0,015 / 5 \times 10^{-10} = 30 \times 10^6 = 30 \text{ (МПа)}.$$

Приклад 1.1.4. В'язкість рідини визначають на ротаційному віскозиметрі замірюванням моменту тертя на внутрішньому циліндрі (рис. 1.2) діаметром $D_1 = 160 \text{ мм}$. Діаметр зовнішнього циліндра $D_2 = 180 \text{ мм}$, його довжина $l = 400 \text{ мм}$. При частоті обертання внутрішнього циліндра $n = 90 \text{ хв}^{-1}$ момент тертя в сальнику і підшипниках $M_T = 0,0735 \text{ Н}\cdot\text{м}$. Визначте в'язкість залитої в кільцевий простір рідини, вважаючи, що швидкість змінюється за лінійним законом.

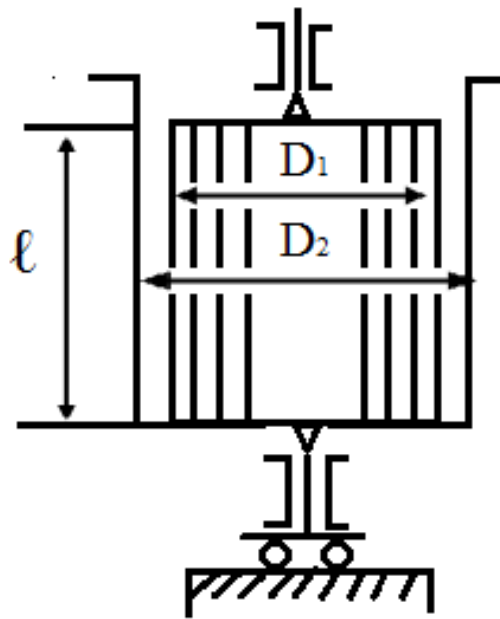


Рисунок 1.2 – Ротаційний віскозиметр

Розв'язання. За формулою (1.13)

$$\tau = \mu (d_u / d_y)$$

або в цьому випадку $\tau = \mu u / \delta$.

Зазор $\delta = (D_2 - D_1) / 2 = 180 - 160 / 2 = (10 \text{ мм})$.

Дотичні напруження τ зумовлюють силу тертя $T = \pi D_1 l \tau$. Момент тертя $M_T = TD_1/2$. Звідси $\tau = 2M_T / \pi D_1^2 l$.

Отже, $\mu (u/\delta) = 2M_T / \pi D_1^2 l$, звідки $\mu = 2M_T \delta / \pi D_1^2 l u$.

Оскільки $u = 2\pi n$,

де n – кількість обертів за секунду, $n = 90 / 60 = 1,5 \text{ с}^{-1}$, то

$$\mu = (2M_T \delta) / (\pi^2 D_1^2 \ln) = (0,0735 \times 0,01) / (3,14^2 \times 0,16^2 \times 0,4 \times 1,5) = 0,0049 \text{ (Па}\cdot\text{с)}.$$

Приклад 1.1.5. Визначте питому масу і питому вагу повітря при надлишковому тиску 4 900 Па і температурі 200°C, прийнявши, що $p_{\text{ат}} = 98\,100 \text{ Па}$.

Розв'язання. Обчислюємо абсолютний тиск повітря: $p_{\text{абс}} = 98\,100 + 4\,900 = 103\,000 \text{ (Па)}$.

Абсолютна температура повітря $T = 273 + 20 = 473 \text{ (K)}$.

За формулою $\rho = p / (RT)$ визначаємо питому масу повітря, прийнявши $R = 287 \text{ Дж/кг}\cdot\text{K}$:

$$\rho = 103\,000 / 287 \times 473 = 0,759 \text{ (кг/м}^3\text{)}.$$

$$\text{Питома вага повітря } \gamma = \rho g = 0,759 \times 9,81 = 7,45 \text{ (Н/м}^3\text{)}.$$

1.2 Задачі для самостійного розв'язування

1.2.1 Визначте об'єм води, який треба додатково подати в трубопровід діаметром 500 мм і довжиною 1 км, щоб підвищити тиск до 5 МПа. Трубопровід підготовлений до гідравлічних випробувань і заповнений водою при атмосферному тиску. Деформацію трубопроводу до уваги не брати.

1.2.2 У системі опалювання (котел, радіатор і трубопроводи) будинку вміщується 0,4 м³ води. Скільки води увійде додатково до системи при нагріванні від 20 до 90 °C?

1.2.3 Масло міститься під атмосферним тиском у масивному товстостінному циліндрі з внутрішнім діаметром 20 мм і довжиною 5 м. Визначте зміну об'єму масла з підвищенням тиску в циліндрі до 20 МПа. Модуль пружності масла $1,33 \times 10^6 \text{ кПа}$. Деформацією стінок знехтувати.

1.2.4. Масло «Індустріальне 12» (питома маса 880 кг/м³) змішали з гасом (питома маса 0,8 г/см³). У суміші маса масла становить 90 %. Якою буде питома маса суміші?

1.2.5 У системі гідроприводу використовується суміш масел «Індустріальне 45» ($\rho_1 = 925 \text{ кг/м}^3$) та «Індустріальне 12» ($\rho_2 = 880 \text{ кг/м}^3$). Питома маса суміші $\rho_c = 910 \text{ кг/м}^3$. Обчисліть у відсотках вміст масла «Індустріальне 45».

1.2.6 Мінеральне масло підводиться до гідромотора при температурі 25 °C у кількості 6 л/с. Після гідромотора температура масла зростає

до 60 С. Яка кількість масла зливається з гідромотора, якщо його температурний коефіцієнт об'ємного розширення $7 \times 10^{-4} \text{ град}^{-1}$?

1.2.7 Визначте об'ємний модуль пружності рідини, якщо під дією вантажу масою $M = 250 \text{ кг}$ поршень опустився на $h = 5 \text{ мм}$ (рис. 1.3). Початкова висота положення поршня (без навантаження) $H = 1,5 \text{ м}$; діаметри поршня $d = 80 \text{ мм}$, резервуара $D = 300 \text{ мм}$. Висота резервуара $h = 1,3 \text{ м}$. Вагу поршня і пружність стінок резервуара до уваги не брати.

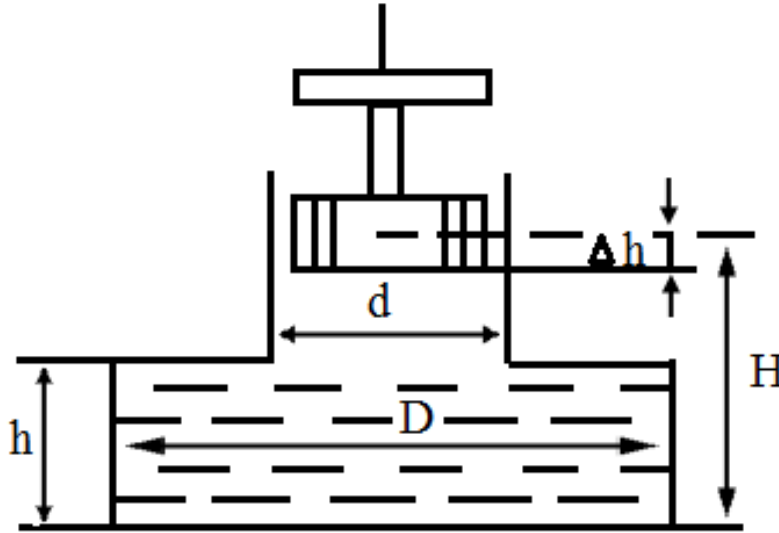


Рисунок 1.3 – Схема до задачі 1.2.7

1.2.8 З метою перевірки герметичності підземного трубопроводу довжиною 500 м і діаметром 100 мм ручним поршневим насосом накачують у нього воду до надлишкового тиску 1 МПа. Вважаючи трубопровід абсолютно жорстким, обчисліть надлишковий об'єм води, який потрібно подати до трубопроводу.

1.2.9 Сталевий трубопровід діаметром 400 мм і довжиною 1 км перебуває під тиском 2 МПа при температурі 10°C. Визначте тиск води у трубопроводі з підвищенням температури води до 25 °C у результаті її зовнішнього підігрівання (температурний коефіцієнт об'ємного розширення – $15,5 \times 10^{-5} \text{ град}^{-1}$; коефіцієнт стиснення – $5 \times 10^{-4} \text{ МПа}^{-1}$).

1.2.10 Визначте відносну зміну питомої маси води внаслідок її нагрівання від 7 до 97 °C (температурний коефіцієнт об'ємного розширення – $4 \times 10^{-4} \text{ град}^{-1}$).

1.2.11 Цапфа діаметром 40 мм і довжиною 80 мм обертається в підшипнику з кутовою швидкістю 62,8 с⁻¹. У зазорі між цапфою і підшипником товщиною 0,2 мм є шар рідини з питомою масою 900 кг/м³. Уважаючи зміну швидкості в зазорі лінійною, визначте динамічну і кінематичну в'язкості масла, якщо сила тертя в підшипнику 6 Н.

1.2.12 Гідравлічний стенд для змащування автомобілів приводиться в дію плунжером, діаметр якого 25 см і який переміщується в циліндрі

діаметром 25,01 см. Кільцевий простір заповнений маслом з питомою масою 900 кг/м^3 . Уважаючи, що розподіл швидкостей у кільцевому зазорі лінійний, визначте кінематичну в'язкість масла (відомо: при швидкості переміщення плунжера $8,3 \text{ см/с}$ напруження тертя 54 Па). Визначте також, яка частина довжини плунжера міститься в циліндрі, якщо сумарна сила тертя 106 Н .

1.2.13 Обчисліть зміну питомої маси води внаслідок її стиснення від тиску 105 до 107 Па .

1.2.14 При тиску $101\,325 \text{ Па}$ (760 мм рт. ст.) і температурі 20°C питома маса повітря $1,2 \text{ кг/м}^3$. Яка буде його питома маса при тиску $97\,000 \text{ Па}$ (715 мм рт. ст.) і температурі 100°C ?

1.2.15 Природний газ міститься в резервуарі під надлишковим тиском 12 МПа і при температурі 50°C . Визначте питому масу газу за цих умов.

1.2.16 Обчисліть значення кінематичної і динамічної в'язкостей повітря при температурі 150°C і тиску $5 \times 10^6 \text{ Па}$, якщо динамічна в'язкість змінюється залежно від температури за законом $\mu = (1,711 + 0,00503t) \times 10^{-5} \text{ Па}\cdot\text{с}$.

1.2.17 Балон з киснем об'ємом 70 дм^3 при тиску $9,8 \text{ МПа}$ переносять з вулиці, де температура 266 К , у приміщення з температурою 300 К . Якими будуть тиск газу, його маса? Газова стала дорівнює $260 \text{ Дж/кг}\cdot\text{К}$. Указівка – процес ізохорний, тобто $p / T = \text{const}$.

Питання для самоперевірки

- 1 Що таке рідина?
- 2 Що таке питома маса?
- 3 Чим відрізняється питома маса від питомої ваги?
- 4 Що таке об'ємне стиснення?
- 5 Надайте характеристики об'ємному коефіцієнту стиснення.
- 6 Що таке пружність?
- 7 Коли беруть до уваги об'ємний модуль пружності?
- 8 Що вважається ідеальним газом?
- 9 Що таке температурне розширення?
- 10 Що таке в'язкість?

2 ГІДРОСТАТИКА

2.1 Гідростатичний тиск

Тиск p – це відношення нормальної сили F до площі S , на яку діє ця сила:

$$p = F / S. \quad (2.1)$$

Властивості тиску такі: тиск у рідині є напруженням стиску на будь-яку поверхню тиск діє перпендикулярно (за нормаллю); значення тиску однакові в усіх напрямках; значення тиску залежать від координат точки.

У системі СІ тиск вимірюється в паскалях (Па), $1 \text{ Па} = 1 \text{ Н/м}^2$.

Використовуються кратні одиниці: $\text{кПа} = 10^3 \text{ Па}$, $\text{МПа} = 10^6 \text{ Па}$. У технічній системі розмірність тиску – кгс/см^2 , $1 \text{ кгс/см}^2 = 9,8 \times 10^4 \text{ Па} = 10^5 \text{ Па}$.

Розрізняють тиск, що відповідає абсолютному нулю, і тиск атмосферний (рис. 2.1). Щодо абсолютного нуля – тиск у будь-якій точці називається абсолютним $P_{\text{абс}}$. Щодо атмосферного тиску називається надлишковим $P_{\text{н}}$, або манометричним $P_{\text{ман}}$ (якщо він більший від атмосферного), і вакуумметричним, або просто вакуумом $P_{\text{вак}}$ (якщо він менший від атмосферного).

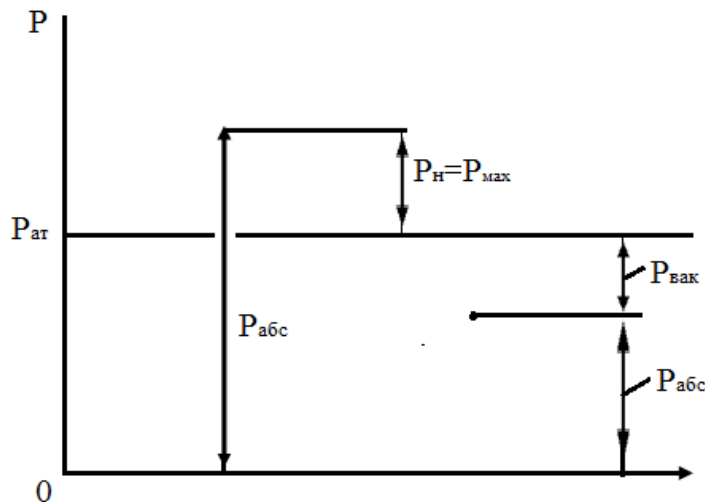


Рисунок 2.1 – Види тиску

Стан рідини, що перебуває в рівновазі, описує основне диференціальне рівняння

$$dP = \rho (Xd_x + Yd_y + Zd_z), \quad (2.2)$$

де dP – повний диференціал тиску;

X, Y, Z – прискорення уздовж координатних осей;

d_x, d_y, d_z – приріст координат.

Якщо на рідину діє тільки прискорення земного тяжіння, тобто $Z = -g$; $X = Y = 0$, то після інтегрування рівняння (2.2) отримаємо основне рівняння гідростатики

$$Z + p / \rho g = \text{const}, \quad (2.3)$$

де Z – геометрична висота, тобто висота будь-якої точки над довільною горизонтальною площиною О–О;

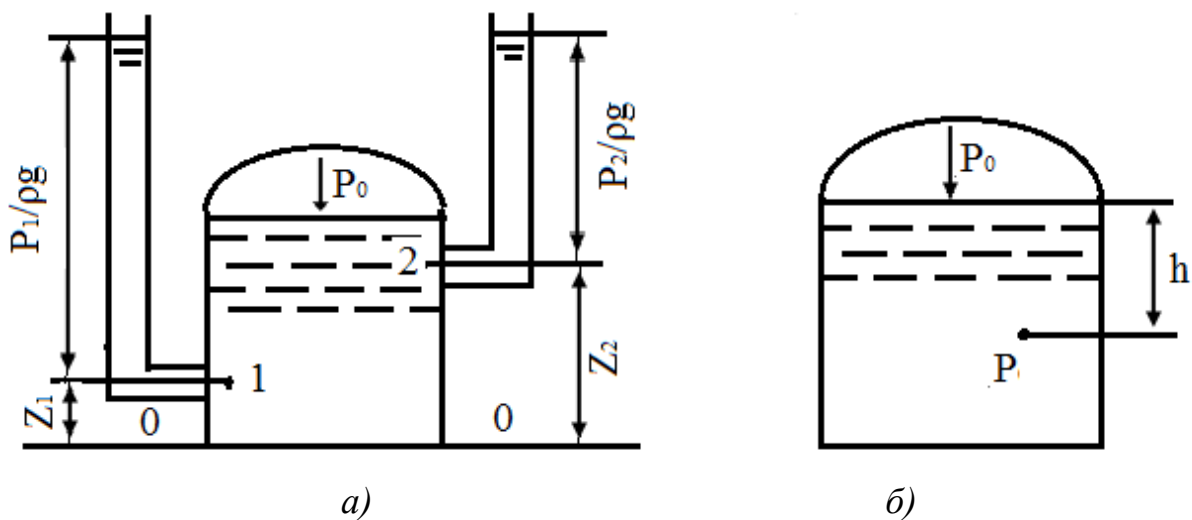
$p / \rho g$ – п'єзометрична висота, тобто висота, на яку підніметься рідина в трубці (п'єзометрі) під дією тиску p .

Суть основного рівняння гідростатики полягає в тому, що для різних точок нерухомої рідини сума геометричної та п'єзометричної висот незмінна (рис. 2.2, а).

Друга форма запису основного рівняння гідростатики

$$P = p_0 + \rho gh, \quad (2.4)$$

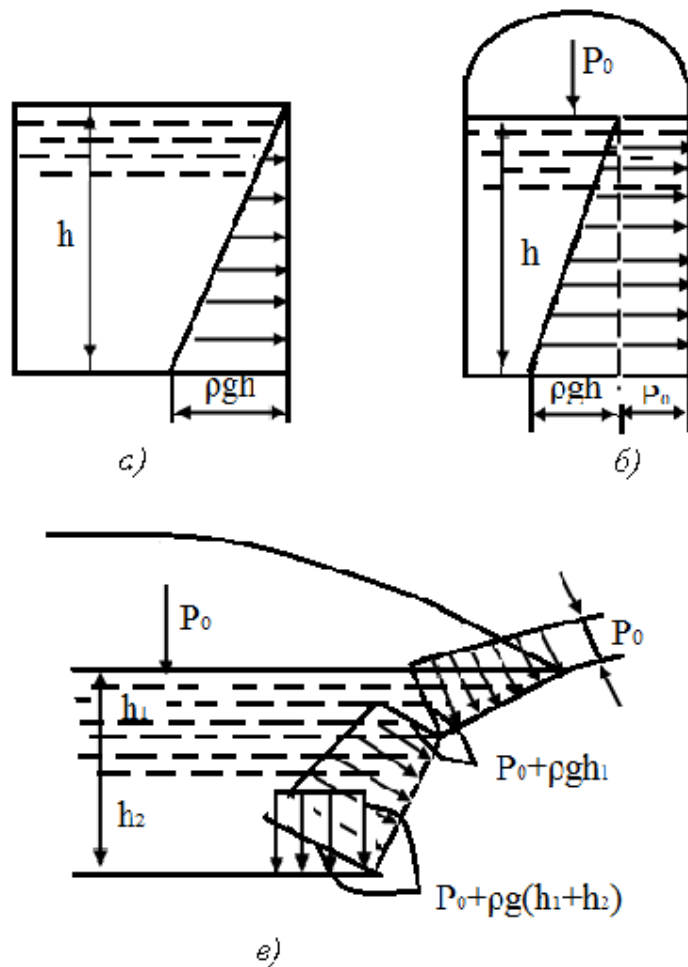
тобто тиск P у довільній точці нерухомої рідини дорівнює сумі тиску P_0 на вільній поверхні і тиску ρgh від висоти стовпа рідини h (рис. 2.2, б).



*а – резервуар з рідиною та п'єзометрами; б – резервуар з рідиною
Рисунок 2.2 – Тиск у рідині*

Використовуючи властивості тиску і рівняння (2.4), можна побудувати епюри тиску на поверхні (рис. 2.3). Як бачимо, зовнішній тиск,

що діє на вільній поверхні рідини, передається в усі точки рідини. Це явище називається законом Паскаля [3]–[6].



*a – відкритий резервуар; б – закритий резервуар;
 в – резервуар з косими стінками
 Рисунок 2.3 – Енюри тиску на поверхні*

2.2 Прилади для вимірювання тиску

Для вимірювання тиску використовують рідинні (барометр, п'єзометр, манометр, вакуумметр, дифманометр), механічні (пружинні, мембранні, сильфонні манометри, вакуумметри і мановакуумметри) та електричні прилади.

Барометр складається з відкритої чашки, заповненої ртуттю, та зі скляної трубки, верхній кінець якої запаяний, а нижній опущений у чашку під рівень ртуті (рис. 2.4). У верхній частині трубки повітря нема, тому в ній діє тиск насиченої пари ртуті p_s . При $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ $p_s=2\text{ }335\text{ Па}$. Значення атмосферного тиску обчислюють за формулою

$$p_{\text{ат}} = p_s + \rho_p g (h + \Delta h), \quad (2.5)$$

де ρ_p – питома маса ртуті;

Δh – поправка на капілярність, яку приймають $(1/10^5)d$;

d – внутрішній діаметр трубки.

П'єзометр – це прилад для вимірювання невеликого тиску в рідині за допомогою висоти стовпа цієї ж рідини (рис. 2.5). Він складається з вертикальної скляної трубки, верхній кінець якої відкритий і сполучений з атмосферою, а нижній приєднаний до посудини, у якій вимірюють тиск p . За основним рівнянням гідростатики

$$p_o = p_{\text{ат}} + \rho g h. \quad (2.6)$$

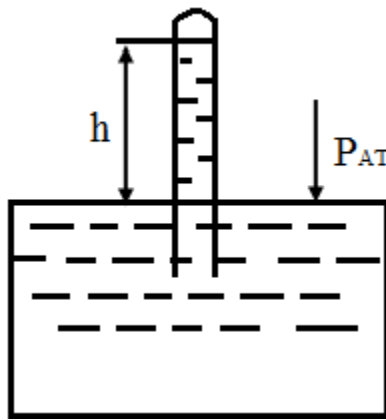


Рисунок 2.4 – Ртутний барометр для вимірювання тиску

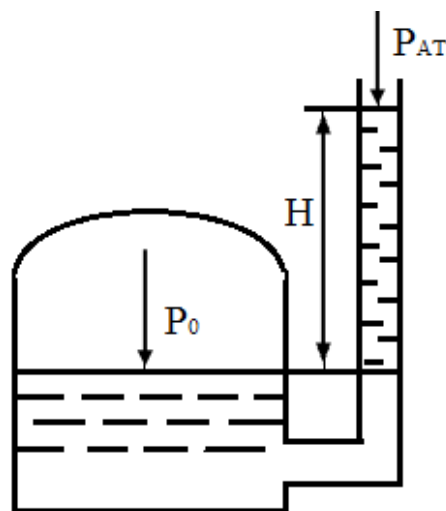


Рисунок 2.5 – П'єзометр

Рідинний манометр – це U -подібна скляна трубка, у коліні якої міститься рідина, важча від тої, що заповнює посудину (рис. 2.6). Один кінець трубки приєднаний до посудини, другий відкритий.

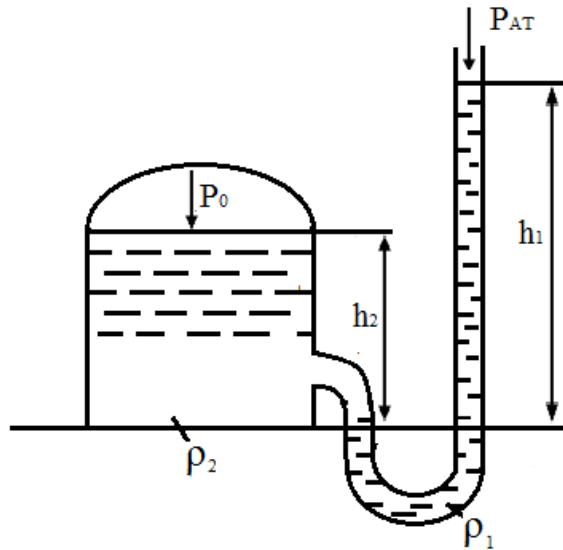


Рисунок 2.6 – Рідинний манометр

Тиск на вільній поверхні рідини P_0 обчислюють за формулою

$$P_0 = P_{\text{ат}} + \rho_1 g h_1 - \rho_2 g h_2, \quad (2.7)$$

де ρ_1, ρ_2 – відповідно питома маса робочої рідини (наприклад, ртуті) і рідини, що міститься в посудині.

Рідинний вакуумметр подібний до рідинного манометра (рис. 2.7).

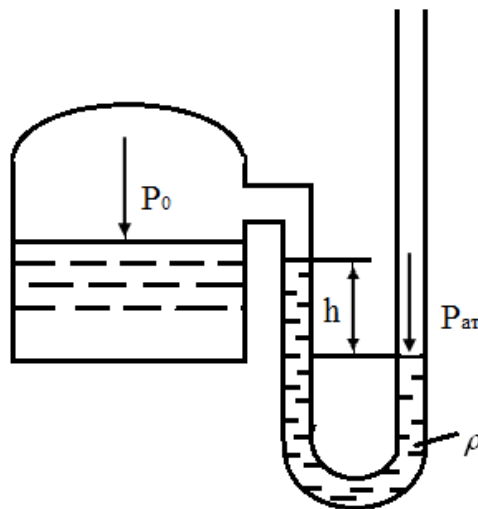


Рисунок 2.7 – Рідинний вакуумметр

Тиск p_0 на вільній поверхні рідини, якщо трубка приєднана вище від цієї поверхні, обчислюють за формулою

$$P_0 = P_{\text{ат}} - \rho g h. \quad (2.8)$$

Для вимірювання різниці тисків у двох точках використовують диференціальний манометр (рис. 2.8). Це U-подібна трубка, заповнена робочою рідиною. Кожний з кінців трубки приєднаний до точок, між якими треба виміряти різницю тисків Δp

$$\Delta p = gh (\rho_2 - \rho_1). \quad (2.9)$$

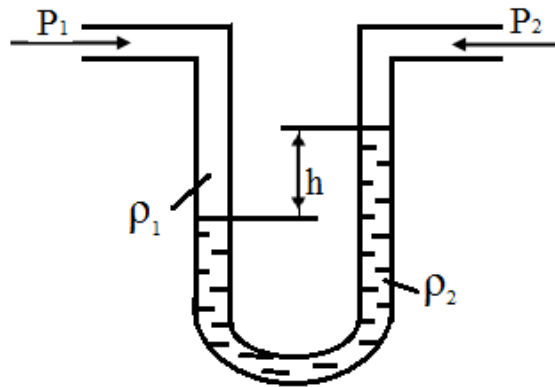
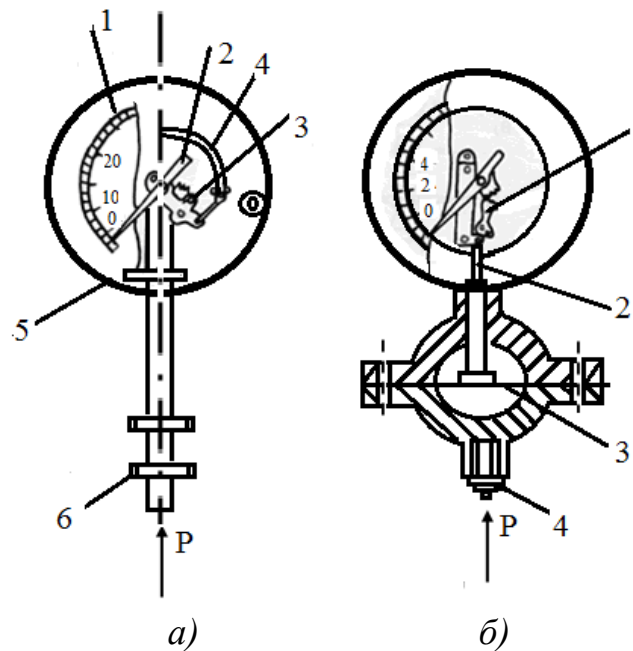


Рисунок 2.8 – Рідинний диференціальний манометр

Для вимірювання тиску понад 0,02...0,03 МПа користуються механічними манометрами.

Пружинний манометр (рис. 2.9, а) складається з корпусу 5, штуцера 6, манометричної (пружинної) трубки 4, передавального механізму 3, стрілки 2 і шкали 1.



а – пружинний манометр; б – мембранний манометр

Рисунок 2.9 – Манометри

Рідина під тиском надходить у штуцер, а потім у пружину. Під дією тиску пружина розпрямляється. Рух кінця пружини через передавальний механізм передається стрілці.

У мембранному манометрі (рис. 2.9, б) на мембрану 3 передається тиск рідини, під дією якого мембрана прогинається. Цей прогин передається через повід 2 і зубчастий сектор 1 на стрілку.

Механічні вакуумметри мають таку саму будову, як і манометри, тільки пружина або мембрана, а разом з ними і стрілка під дією вакууму рухаються в інший бік. Мановакуумметри мають дві шкали – для надлишкового тиску і для розрідження. Якщо на прилад подається тиск, більший від атмосферного, стрілка відхиляється вправо від нуля, а якщо в штуцері буде розрідження – стрілка переміщується вліво.

Механічні манометри мають граничне значення шкали від 0,05 до 1 000 МПа, клас точності – від 0,005 до 6,0.

Електричний манометр має чутливий елемент – мембрану. Рух мембрани передається повзуну потенціометра, який разом з покажчиком підімкнений до електричної схеми [3], [7]–[9].

Приклад 2.2.1. У U-подібну трубку залито три рідини – воду ($\rho_1=1\,000\text{ кг/м}^3$), ртуть ($\rho_2=13\,600\text{ кг/м}^3$) і бензин ($\rho_3=700\text{ кг/м}^3$). Рівні цих рідин показані на рисунку 2.10, причому $z_0 - z_1 = 0,2\text{ м}$; $z_3 - z_2 = 0,1\text{ м}$, а $z_1 + z_2 = 1\text{ м}$. Визначте положення меж розділу z_1 і z_2 , а також положення вільних поверхонь z_0 і z_3 відносно певної площини порівняння О–О.

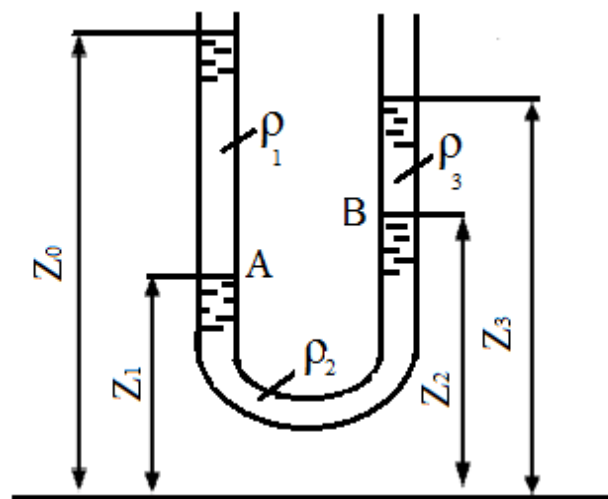


Рисунок 2.10 – Схема до задачі 2.2.1

Розв’язання. Відповідно до основного закону гідростатики тиск у точці А:

$$p_A = p_{\text{ат}} + \rho_1 g (z_0 - z_1),$$

де $p_{\text{ат}}$ – атмосферний тиск;

ρ_1 – питома маса води.

З іншого боку на тому самому рівні (точка В):

$$P_B = P_{\text{ат}} + \rho_3 g (z_3 - z_2) + \rho_2 g (z_2 - z_1).$$

Прирівнявши праві частини рівнянь, маємо:

$$z_2 - z_1 = [\rho_1 (z_0 - z_1) - \rho_3 (z_3 - z_2)] / \rho_2,$$

або врахувавши, що $z_2 = 1 - z_1$, визначаємо:

$$z_1 = 0,5 [1 - \{\rho_1 (z_0 - z_1) - \rho_3 (z_3 - z_2)\} / \rho_2].$$

Підставивши числові значення, отримуємо:

$$z_1 = 0,5 [1 - (1\,000 \times 0,2 - 700 \times 0,1) \cdot 13\,600] = 0,495 \text{ (м)}.$$

Отже,

$$z_0 = z_1 + 0,2 = 0,495 + 0,2 = 0,695 \text{ (м)};$$

$$z_2 = 1 - z_1 = 1 - 0,495 = 0,505 \text{ (м)};$$

$$z_3 = z_2 + 0,1 = 0,505 + 0,1 = 0,605 \text{ (м)}.$$

Приклад 2.2.2. Обчисліть різницю тисків у резервуарах A і B (рис. 2.11), заповнених водою. Різниця рівнів ртуті в диференціальному манометрі $h = 50$ мм.

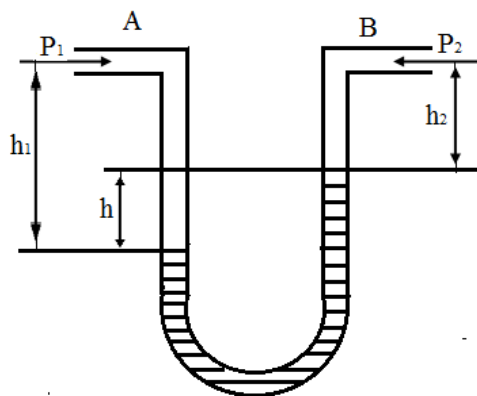


Рисунок 2.11 – Схема до задачі 2.2.2

Розв’язання. Запишемо рівняння рівноваги щодо нижнього рівня ртуті. У лівому коліні

$$P = P_1 + \rho_1 g h_1,$$

у правому –

$$P = P_2 + \rho_1 g h_2 + \rho_2 g h,$$

де ρ_1 – питома маса води;

ρ_2 – питома маса ртуті.

Прирівнявши праві частини рівнянь, отримаємо:

$$P_1 + \rho_1 g h_1 = P_2 + \rho_1 g h_2 + \rho_2 g h.$$

Звідки

$$P_1 - P_2 = \Delta p = \rho_2 g h - \rho_1 g (h_1 - h_2) = \rho_2 g h - \rho_1 g h = g h (\rho_2 - \rho_1).$$

Винесемо ρ_1 за дужки. Тоді, позначивши $\rho_2/\rho_1 = \delta$, маємо $\Delta p = \rho_1 g h (\delta - 1)$. Оскільки $\delta = 13,6$, то $\Delta p = 12,6 \rho_1 g h_1 = 12,6 \times 1\,000 \times 9,81 \times 0,05 = 6\,180,3$ (Па).

Приклад 2.2.3. Визначте діаметр D поршня гідравлічного преса, який повинен забезпечити зусилля $F_2 = 5\,000$ Н при зусиллі на ручці преса $N = 150$ Н. Діаметр малого поршня $d = 5$ см. Плечі ручки a і b відповідно дорівнюють 15 і 75 см (рис. 2.12). Коефіцієнт корисної дії преса – 0,9.

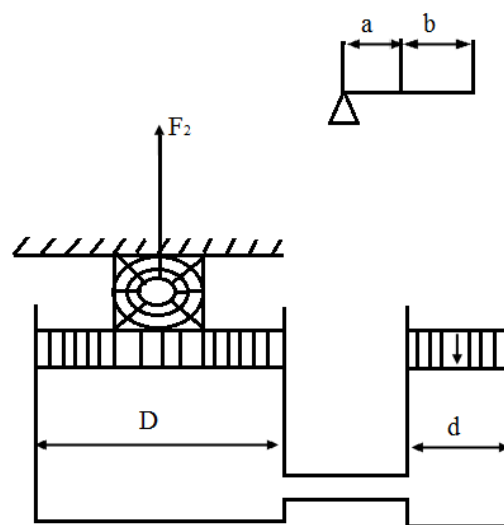


Рисунок 2.12 – Схема до задачі 2.2.3

Розв'язання. Використовуємо формулу

$$p = F_2 / S_2 = 4F_2 / \pi D^2.$$

Тиск обчислюємо за формулою $p = 4F_1 / \pi d^2$.

З рівняння моментів відносно шарніра O :

$$F_1 = (a + b) N / a.$$

Тоді тиск під малим поршнем

$$p = [4 / \pi d^2] \times [(a + b) N / a].$$

Такий самий тиск буде і під великим поршнем.

Порівнявши першу й останню формули і врахувавши к.к.д., отримаємо:

$$F_2 / D^2 = [(a + b) / a] \times [N / d^2 \eta].$$

Звідки

$$D = d \sqrt{[a / (a + b)] \times [F_2 / \eta N]} = 5 \times \sqrt{[15 / (15 + 75)] \times [5\,000 / (0,9 \times 150)]} = 12,4 \text{ (см)}$$

2.3 Сила тиску рідини на плоску та криволінійну поверхні

Сила тиску P на плоску поверхню дорівнює тиску p_c у центрі ваги цієї поверхні, помноженому на її площу S , тобто

$$F = p_c S = (p_o + \rho g h_c) S = F_o + F_p, \quad (2.10)$$

де h_c – глибина занурення центра ваги плоскої поверхні під вільну поверхню рідини (рис. 2.13);

$F_o = p_o S$ – сила від зовнішнього тиску p_o ;

$F_p = \rho g h_c S$ – сила від тиску рідини.

Сила F прикладена в центрі тиску D , координату якого визначають за формулою

$$y'_D = y'_c + I_c / (y'_c S), \quad (2.11)$$

де I_c – момент інерції плоскої фігури відносно центральної осі.

Для прямокутника $I_c = bh^3/12$, для трикутника $bh^3/36$, для кола $\pi d^4/64$ (b – ширина, h – висота фігури).

У випадку дії на вільну поверхню атмосферного тиску $y_D' = y_D$, $y_C' = y_C$. Якщо визначається сила тиску рідини на вертикальну поверхню, то $y_C = h_C$, $y_D = h_D$ (див. рис. 2.13).

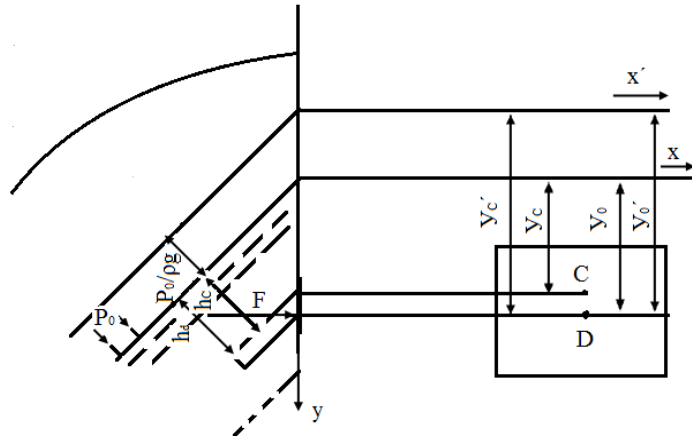


Рисунок 2.13 – Визначення сили тиску рідини на вертикальну поверхню

Сила тиску P рідини на криволінійну поверхню складається з двох горизонтальних $F_{\Gamma 1} = F_x$, $F_{\Gamma 2} = F_y$ й одної вертикальної $P_B = F_z$ проєкцій на відповідні координатні осі:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}. \quad (2.12)$$

Проекції сили F обчислюють за формулами:

$$F_x = (p_0 + \rho g h_{cx}) S_x; \quad F_y = (p_0 + \rho g h_{cy}) S_y; \quad (2.13)$$

$$F_z = G + p_0 S_z, \quad (2.14)$$

де h_{cx} , h_{cy} – глибина занурення центра ваги проєкцій криволінійної поверхні під вільну поверхню рідини;

S_x , S_y , S_z – площі проєкцій криволінійної поверхні;

$G = \rho g V$ – вага тіла тиску;

V – об'єм тіла тиску, тобто тіла, обмеженого криволінійною поверхнею, вільною поверхнею рідини та вертикальною поверхнею, яка проходить по контуру криволінійної поверхні.

На практиці з криволінійних поверхонь найчастіше використовують циліндричні, для яких

$$F = \sqrt{F_{\Gamma}^2 + F_B^2}; \quad (2.12, a)$$

$$F_{\Gamma} = (p_0 + \rho g h_c) S_B; \quad (2.13, a)$$

$$F_B = G + p_0 S_{\Gamma}, \quad (2.14, a)$$

де S_B , S_{Γ} – вертикальна і горизонтальна проєкції циліндричної поверхні (рис. 2.14).

При розміщенні рідини всередині криволінійної поверхні F_B діє вниз, а тіло тиску умовно приймають додатним (рис. 2.14, а), за наявності ж рідини з зовнішнього боку ця сила спрямована вгору, а тіло тиску умовно вважають від'ємним (рис. 2.14, б).

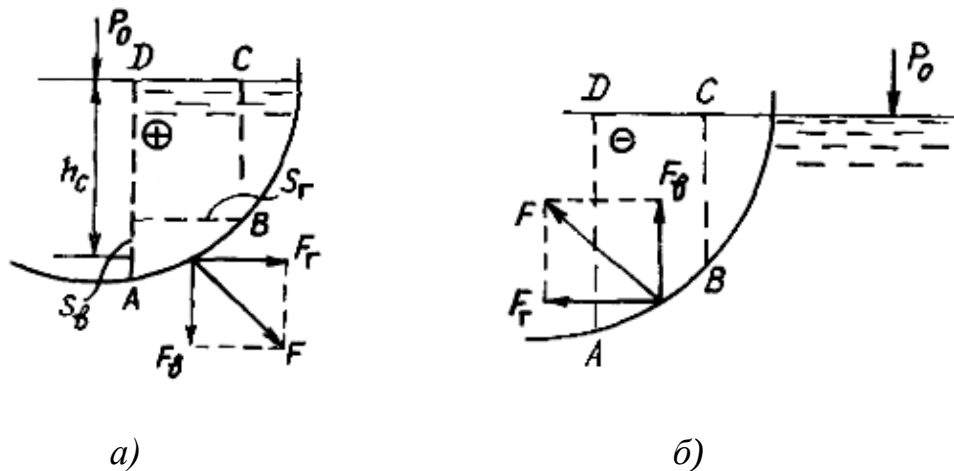


Рисунок 2.14 – Визначення сили тиску рідини на криволінійну поверхню

Якщо на вільній поверхні рідини діє атмосферний тиск, то у формулах (2.13) і (2.14) приймають $p_0 = 0$ [3], [9]–[12].

Приклад 2.3.1 Визначте силу тиску води на плоску вертикальну стінку (рис. 2.15) та положення центра тиску. Стінка прямокутна з основою $b = 5$ м і висотою $H = 8$ м. Уважати, що верх стінки збігається з вільною поверхнею рідини.

Розв'язання. За формулою

$$F = \rho g h_c S,$$

де ρ – питома маса води;

h_c – глибина занурення центра ваги стінки;

S – площа стінки, маємо:

$$F = \rho g (H/2) b H = \rho g (b H^2 / 2) = 1000 \times 9,81 (5 \times 8^2 / 2) = 1\,569\,600 \text{ (Н)} = 1,57 \text{ (МН)}.$$

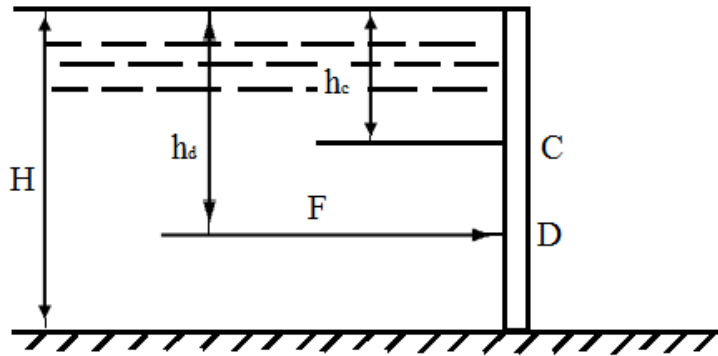


Рисунок 2.15 – Визначення сили тиску води на плоску вертикальну стінку

Для визначення центра тиску використаємо формулу (2.11)

$$h_D = h_C + I_C / (h_C S),$$

де I_C – момент інерції стінки відносно осі, що проходить через центр її ваги.

У нашому випадку $I_C = bH^3/12$. Отже,

$$\begin{aligned} h_D &= H/2 + bH^3 / [12 (H/2) bH] = H/2 + H/6 = (2/3)H = \\ &= (2/3) 8 = 5,33 \text{ (м)}. \end{aligned}$$

Приклад 2.3.2. Щит перекриває канал під кутом 45° до горизонту і закріплений шарнірно до опори над водою (рис. 2.16). Обчисліть зусилля T , потрібне для відкриття щита за таких умов: ширина щита $b = 2$ м; $H_1 = 2,5$ м; $H_2 = 1,5$ м; $h = 1$ м. Тертям у шарнірі і вагою щита знехтувати.

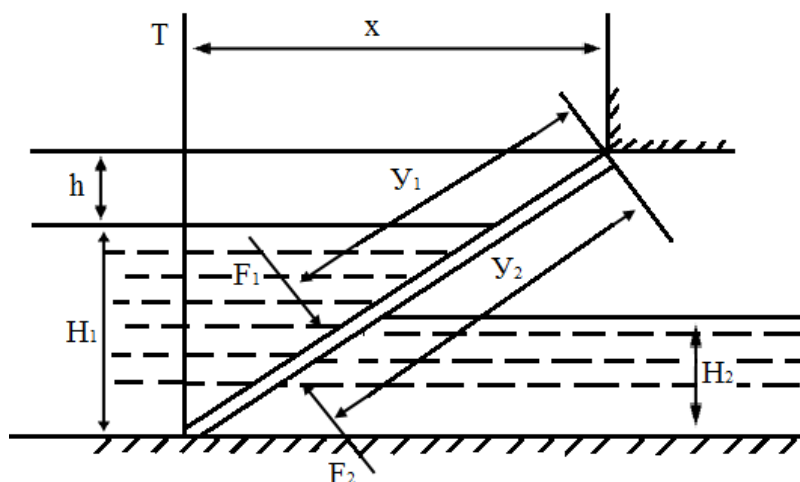


Рисунок 2.16 – Щит перекриває канал під кутом 45° до горизонту і закріплений шарнірно до опори над водою

Розв'язання. Сила тиску води зліва (при змоченій площі $bH_1 / \sin \alpha$):

$$F_1 = \rho g (bH_1^2 / 2 \sin \alpha) = 1\,000 \times 9,81 (2 \times 2,5^2 / 2 \sin 45^\circ) = 86\,709 = 86,7 \text{ (кН)}.$$

Сила тиску справа:

$$F_2 = \rho g (bH_2^2 / 2 \sin \alpha) = 1\,000 \times 9,81 (2 \times 1,5^2 / 2 \sin 45^\circ) = 31\,215,2 = 31,2 \text{ (кН)}.$$

Відстані від центрів прикладення сил тиску до шарніра:

$$y_1 = h / \sin \alpha + 2/3 (H_1 / \sin \alpha) = 1 / \sin 45^\circ + 2/3 (2,5 / \sin 45^\circ) = 3,77 \text{ (м)};$$

$$y_2 = (H_1 + h - H_2) / \sin \alpha + 2/3 (H_2 / \sin \alpha) = (2,5 + 1 - 1,5) / \sin 45^\circ + 2/3 (1,5 / \sin 45^\circ) = 4,2 \text{ (м)}.$$

Рівняння моментів відносно шарніра

$$-F_1 y_1 + F_2 y_2 + T x = 0.$$

Оскільки $\alpha = 45^\circ$, то $x = H_1 + h = 2,5 + 1 = 3,5 \text{ (м)}$.

Тоді

$$T = (86,7 \times 3,77 - 31,2 \times 4,24) / 3,5 = 48,32 \text{ (кН)}.$$

Приклад 2.3.3. Обчисліть значення і вкажіть напрямок дії сили F на секторний затвор OAB довжиною 1 м криволінійної форми (рис. 2.17), закріплений у шарнірі O . *нет на рис*

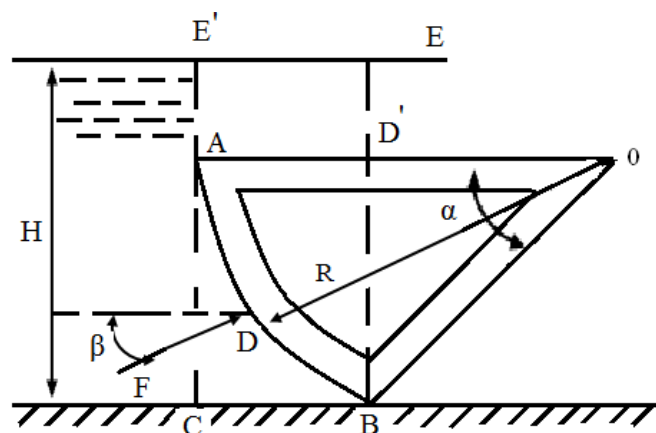


Рисунок 2.17 – Схема до задачі 2.3.3

Бік затвора OA горизонтальний; радіус 1,5 м; кут $\alpha = 30^\circ$. Глибина води ліворуч від затвора $H = 2$ м.

Розв'язання. Горизонтальна складова сили $F = \rho g h_C S_B$, де h_C – глибина занурення центра ваги проєкції криволінійної стінки AB на вертикальну площину; S_B – площа проєкції криволінійної стінки (на рис. 2.17 – AC).

Отже,

$$F_{\Gamma} = \rho g [H - (R/2) \sin \alpha] \times R \sin \alpha,$$

оскільки $S_B = AC = R \sin \alpha$; $h_C = H - AC/2 = H - (R/2) \sin \alpha$.

Підставивши числові значення, отримаємо:

$$F_{\Gamma} = 1\,000 \times 9,81 [2 - (1,5/2) \sin 30^\circ] 1,5 \sin 30^\circ = 11\,955,9 = 11,96 \text{ (кН)}.$$

Вертикальна складова сили

$$F_B = \rho g V = G,$$

де V – об'єм тіла тиску,

$$V = (S_{AD'B} + S_{AE'ED'}) 1 \text{ (м)}.$$

Відповідно

$$S_{AD'B} = S_{AOB} - S_{OD'B} = (\pi R^2 \alpha / 360) - (R^2 / 2) \sin \alpha \times \cos \alpha;$$

$$S_{AE'ED'} = (H - R \sin \alpha) \times (R - R \cos \alpha) = R (H - R \sin \alpha) \times (1 - \cos \alpha).$$

Підставивши значення, отримаємо:

$$S_{AD'B} = (3,14 \times 1,5^2 \times 30 / 360) - (1,5^2 / 2) \sin 30^\circ \times \cos 30^\circ = 0,1016 \text{ (м}^2\text{)};$$

$$S_{AE'ED'} = 1,5 (2 - 1,5 \sin 30^\circ) \times (1 - \cos 30^\circ) = 0,2512 \text{ (м}^2\text{)};$$

$$V = (0,1016 + 0,2512) \cdot 1 = 0,3528 \text{ (м}^3\text{)};$$

$$F_B = 1\,000 \times 9,81 \times 0,3528 = 3\,461 = 3,461 \text{ (кН)};$$

$$F = \sqrt{F_{\Gamma}^2 + F_B^2} = \sqrt{11\,696^2 + 36\,461^2} = 12\,645 \text{ (кН)}$$

Напрямок дії сили F залежить від кута β . При цьому $\operatorname{tg} \beta = F_B / F_{\Gamma} = 3,461 / 11,96 = 0,2894$, $\beta = 16^\circ 8'$. Під цим кутом через точку O проводять пряму, яка вказує на напрямок дії сили F та точку її прикладення D .

2.4 Закон Архімеда. Плавання тіл

На тіло, занурене в рідину, за законом Архімеда діє виштовхувальна сила F_A , яка дорівнює вазі рідини, витісненої тілом:

$$F_A = \rho g V, \quad (2.15)$$

де V – об'єм зануреної в рідину частини тіла.

Зіставляючи вагу тіла в повітрі G і виштовхувальну силу F_A , зазначають три випадки:

- якщо $G > F_A$ – тіло тоне;
- якщо $G = F_A$ – тіло перебуває на тій глибині, де його розмістять (завислий стан);
- якщо $G < F_A$ – тіло буде впливати доти, доки вага G не порівняється з силою F_A , що дорівнює вазі об'єму зануреної в рідину частини тіла, причому $F_A > F_A'$.

Оскільки на тіло діє виштовхувальна сила, вага його в рідині буде меншою, ніж у повітрі [3]:

$$G_p = G(1 - \rho_p / \rho_t), \quad (2.16)$$

де ρ_p, ρ_t – відповідно питома маса рідини і тіла.

Приклад 2.4.1. Поплавок квадратного перерізу повинен відкривати клапан при підвищенні рівня в резервуарі на 2 см. Зусилля відкривання клапана $F = 10$ Н. Якими повинні бути розміри поплавка в поперечному горизонтальному перерізі?

Розв'язання. При нормальному рівні поплавок плаває повільно без натягу тяги, що з'єднує його з клапаном. З підвищенням рівня виникає натяг, при $h = 0,02$ м поплавок перебуватиме під дією піднімальної сили $F_A = 10$ Н.

Отже, $F_A = \rho g S h = F$, звідки

$$S = F / \rho g h = 10 / (1\,000 \times 9,81 \times 0,02) = 0,051 \text{ (м}^2\text{)}.$$

При квадратному перерізі поплавок його бік $a = \sqrt{S} = \sqrt{0,051} = 0,226 = 22,6 \text{ (см)}.$

Приклад 2.4.2. Корона масою 14,7 кг має під водою вагу, що відповідає масі 13,4 кг. Визначте, чи корона золота.

Розв'язання. Вага тіла, зануреного у воду,

$$G_p = G - F_A,$$

де $G = \rho_T g V$ – вага тіла;
 F_A – архімедівська сила.
 Отже,

$$G_p = g (\rho_T V - \rho_p V),$$

де ρ_p – питома маса води.
 Тоді

$$G / (G - G_p) = \rho_T V / \rho_p V = \rho_T / \rho_p = 14,7 / (14,7 - 13,4) = 11,3.$$

Питома маса матеріалу корони $\rho_T = 11,3$ $\rho_p = 11,3 \times 1\,000 = 11\,300$ (кг/м³).

Така питома маса відповідає свинцю, а не золоту (питома маса золота $\rho_T = 19\,300$ (кг/м³)).

Приклад 2.4.3. Нафтоналивне судно прямокутного перерізу з плоским дном шириною 20 м і довжиною 100 м повністю завантажене дає осадку 2,5 м. Без вантажу осадка судна 0,4 м. Визначте вагу нафти, яку перевозить судно.

Розв’язання. Приймаючи, що питома маса морської води $\rho = 1\,020$ кг/м³, обчислимо вагу витісненої води:

$$\rho g V = 1\,020 \times 9,81 \times 100 \cdot 20 \cdot 2,5 = 50,031 \times 10^6 = 50,031 \text{ (МН)}.$$

Вага порожнього судна $G = 1\,020 \times 100 \times 20 \times 0,4 \times 9,81 = 8,005$ (МН).

Отже, вага нафти $G_H = 50,031 - 8,005 = 42,026$ (МН).

2.5 Відносна рівновага рідини

Якщо рідина міститься в посудині, на яку крім прискорення сили тяжіння діють прискорення в інших напрямках, то такий стан рідини називається відносною рівновагою. Значення тиску в рідині обчислюють за допомогою основного диференціального рівняння (2.2).

Якщо цистерна рухається зі сталим прискоренням (рис. 2.18), то у будь-якій точці рідини тиск

$$p = p_o + \rho g [H - (a/g)x - z], \quad (2.17)$$

де H – висота рідини без прискорення;

a – прискорення цистерни; x, z – координати точки в рідині.

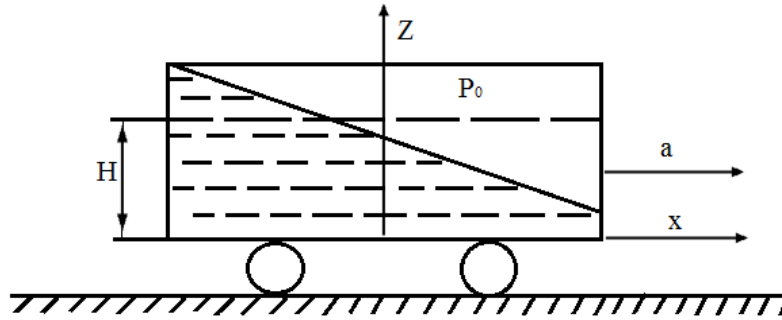


Рисунок 2.18 – Відносна рівновага рідини при прискоренні цистерни

Рівняння вільної поверхні, що є похилою площиною, має вигляд

$$z = H - (a/g) x \quad (2.18)$$

при прискоренні цистерни.

При обертанні циліндричної посудини, в якій є рідина, навколо своєї осі зі сталою кутовою швидкістю (рис. 2.19) тиск

$$p = p_0 + \rho [(\omega^2 r^2) / 2 - gz], \quad (2.19)$$

де ω – кутова швидкість;

r – відстань точки від осі обертання.

Вільна поверхня рідини має форму параболоїда обертання з координатою

$$z = \omega^2 r^2 / 2g. \quad (2.20)$$

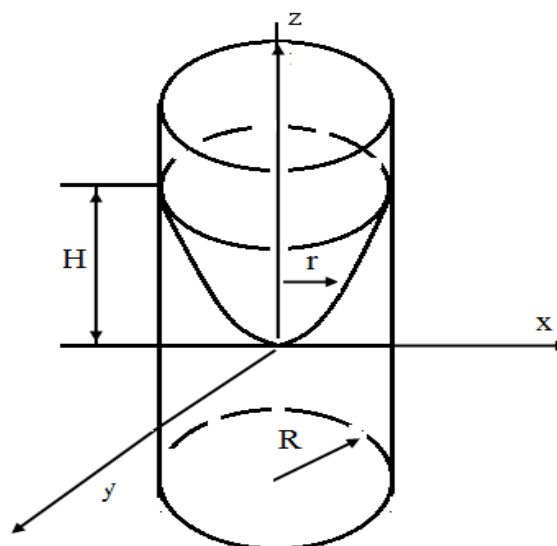


Рисунок 2.19 – Відносна рівновага рідини при обертанні посудини

Об'єм параболоїда

$$V_{\Pi} = 1/2(\pi R^2 H), \quad (2.21)$$

де R – радіус посудини;

H – висота параболоїда [2]–[4].

Приклад 2.5.1. Літак повертає в горизонтальній площині, що спричиняє нахил крил до неї під кутом 45° . Радіус повороту літака 400 м. Визначте швидкість польоту на віражі, при якій рівень пального в баці був би паралельним до площини крил.

Розв'язання. Тангенс кута нахилу дорівнює відношенню відцентрової сили до сили тяжіння:

$$\operatorname{tg} \alpha = (v^2 / R) / g = v^2 / Rg = \operatorname{tg} 45^\circ = 1.$$

Звідки

$$v = \sqrt{gR} = \sqrt{9,81 \times 400} = 62,64 (\text{м/с}) = 226 (\text{км/год}).$$

Приклад 2.5.2. Обчисліть частоту обертання циліндричної посудини висотою $H_0 = 1,2$ м і діаметром $D = 0,8$ м, заповненої рідиною до висоти $H_0/2$, при якій рідина піднімається до країв посудини (рис. 2.20). Якою буде частота обертання посудини, якщо в ній залишиться лише половина початкового об'єму рідини?

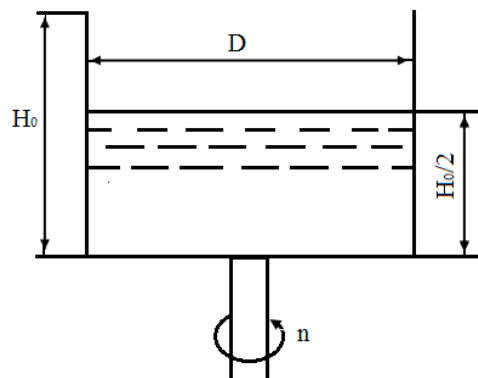


Рисунок 2.20 – Циліндрична посудина, що заповнена рідиною

Розв'язання. Рівняння рівня поверхні таке:

$$z = \omega^2 r^2 / 2g,$$

де z – координата будь-якої точки поверхні рівня на відстані r від осі.

При $r = R$, де R – радіус посудини, $z = H_0 = \omega^2 r^2 / 2g$. Об'єм параболоїда обертання

$$V_{\pi} = 1/2(\pi R^2 H) = 1/2\pi R^2 (\omega^2 R^2 / 2g) = 1/2 (\pi D^2 / 4) \times (\omega^2 D^2 / 8g),$$

а початковий об'єм рідини в посудині

$$V = (\pi D^2 / 4) \times (H_0 / 2) = \pi D^2 H_0 / 8.$$

Прирівнявши ці два вирази, отримаємо:

$$1/2 (\pi D^2 / 4) \times (\omega^2 D^2 / 8g) = (\pi D^2 H_0) / 8,$$

Звідки

$$\omega = 1/D \times \sqrt{8gH_0}.$$

Підставивши числові значення, отримаємо:

$$\omega = 1/0,8 \times \sqrt{8 \times 9,81 \times 1,2} = 12,13 \text{ (с}^{-1}\text{)}.$$

Отже, кількість обертів $n_1 = \omega/2\pi = 12,13 / 6,28 = 1,93 \text{ с}^{-1} = 115,9 \text{ (хв}^{-1}\text{)}.$

Половина початкового об'єму рідини залишиться при

$$\begin{aligned} \omega &= 1/D \times \sqrt{16gH_0} = 1/0,8 \times \sqrt{16 \times 9,81 \times 1,2} = 17,16 \text{ (с}^{-1}\text{)}; \\ n_2 &= 17,16 / 6,28 = 2,73 \text{ с}^{-1} = 163,9 \text{ (хв}^{-1}\text{)}. \end{aligned}$$

2.6 Використання законів гідростатики в техніці

Закони гідростатики використовують у багатьох галузях техніки.

Гідростатичний нівелір складається з двох прозорих трубок, з'єднаних шлангом. Якщо трубки поставити вертикально і залити в них воду, то вона перебуватиме на однаковому рівні. За допомогою гідростатичного нівеліра можна зробити відмітки на однаковій висоті, тобто провести горизонтальну лінію на стіні, спланувати горизонтальний земельний майданчик тощо.

Пустотілі металеві циліндри відливають відцентровим способом. У форму, що обертається з певною частотою, заливають розплавлений метал. Під дією відцентрових сил метал збирається на краях і утворює пустотілий циліндр. Усі розміри і частоти обертання обчислюють за формулами відносної рівноваги рідини.

Поплавки діють за законом Архімеда. Їх використовують для керування наповненням посудин рідиною, будівництва мостів і плотів, визначення рівня рідини в резервуарі.

Преси (див. рис. 2.12), домкрати застосовують в автомобільному господарстві та в інших галузях техніки для збільшення сили. Сила F_2 буде в стільки разів більшою від сили F_1 , у скільки разів площа великого циліндра більша від площі малого.

Для збільшення тиску використовують мультиплікатор тиску. Тиск у лівій порожнині буде більшим, ніж у правій на стільки, на скільки площа правого поршня більша від площі лівого.

Диференціальну втулку (рис. 2.21) застосовують для переміщення деталі й керування технологічними процесами за допомогою тиску.

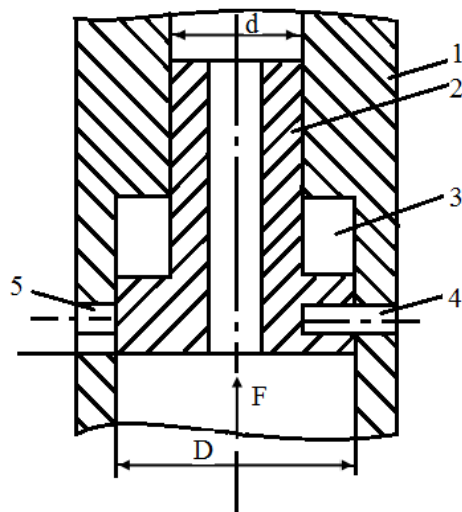


Рисунок 2.21 – Диференціальна втулка для переміщення деталі й керування технологічними процесами

Розміри зовнішньої 1 і внутрішньої 2 втулок такі, що між ними є герметична порожнина 3, в якій нема тиску. Передчасному зміщенню втулки 2 запобігає шплінт 4. Коли всередині труби виникає певний тиск p , він спричинює силу $F = p\pi(D^2 - d^2)/4$, яка зрізає шплінт 4. Втулка 2 переміщується, відкривається вікно 5, завдяки чому внутрішня порожнина труб з'єднується з зовнішнім простором, що забезпечує виконання певного технологічного процесу.

Під час буріння свердловин іноді пластовий флюїд (вода, нафта або газ) під дією пластового тиску, що перевищує тиск від стовпа промивної рідини в свердловині, виринає на поверхню землі й утворюється фонтан. Його важко вгамувати. Він завдає шкоди запасам корисних копалин і навколишньому середовищу. З основного рівняння гідростатики виходить, що на пластовий тиск $p_{пл}$ можна вплинути рідиною з певним значенням питомої маси

$$\rho = 1,1 (p_{\text{пл}} / gH), \quad (2.22)$$

де 1,1 – коефіцієнт запасу;

H – глибина продуктивного пласта.

Якщо пластовий тиск має таке значення, що питома маса промивної рідини йому не відповідає, то згідно з основним рівнянням гідростатики можна утворити на поверхні свердловини тиск p_0 , більший від атмосферного. Для цього використовують пристрій, який називається превентор. Принцип його дії такий самий, як і засувки, яка перекриває переріз трубопроводу [3]–[5].

Приклад 2.6.1. Під час відливання порожнистої заготовки в циліндричній формі, що обертається навколо вертикальної осі з кутовою швидкістю 200 с^{-1} , унаслідок дії сили ваги нижній внутрішній радіус R_1 буде меншим від верхнього внутрішнього радіуса R_2 (рис. 2.22). Обчислити їхні значення та товщину заготовки δ_1 , δ_2 , якщо $H = 0,5 \text{ м}$; $D = 200 \text{ мм}$. Циліндрична форма заповнена на 30 % об'єму.

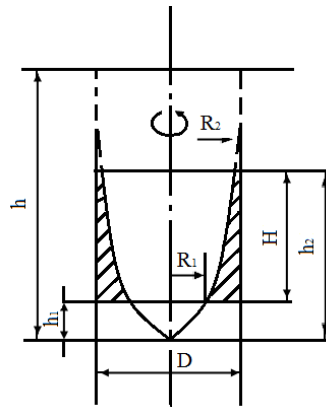


Рисунок 2.22 – Циліндрична форма, що обертається навколо вертикальної осі

Розв'язання. Об'єм металу, залитого у форму з урахуванням 30 % заповнення,

$$V = (\pi D^2 / 4) H \times 0,3 = 0,785 \times 0,2^2 \times 0,5 \times 0,3 = 0,00471 \text{ (м}^3\text{)}.$$

Параболоїд обертання перетинає дно форми (штрихова лінія), і вершина параболоїда буде на глибині $h_1 = \omega^2 R_1^2 / 2g$.

Відстань від вершини параболоїда до верху форми $h_2 = h_1 + H = \omega^2 R_2^2 / 2g$, звідки $R_2 = \sqrt{2g(H + h_1) / \omega^2}$. При відсутності обмеження форми зверху загальна висота параболоїда була б $h = \omega^2 R^2 / 2g = \omega^2 D^2 / 8g$. Об'єм рідини при перетині дна циліндричної посудини вільною поверхнею можна обчислити за формулою

$$V = \pi(R^2 - R_1^2) \times H + (\pi g / \omega^2) H^2.$$

У нашому випадку

$$V = (\pi D^2) H \times 0,3 / 4 = \pi [(D/2)^2 - R_2^2] H + \pi g H^2 / \omega^2.$$

Звідки

$$R_2^2 = D^2 / 4 + gH / \omega^2 - V / \pi H = 0,5^2 / 4 + 0,81 \times 0,5 / 200^2 - \\ - 0,00471 / 3,14 \times 0,5 = 0,00712 \text{ (м)}; \\ R_2 = 0,0844 = 84,4 \text{ (мм)}.$$

Тоді

$$\delta_2 = R - R_2 = 100 - 84,4 = 15,6 \text{ (мм)}; \\ h_2 = 200^2 \times 0,0844^2 / 2 \times 9,81 = 14,523 \text{ (м)}; \\ h_1 = h_2 - H = 14,523 - 0,5 = 14,023 \text{ (м)}; \\ R_1 = \sqrt{2gh_1 / \omega^2} = \sqrt{(2 \times 9,81 \times 14,023) / 200^2} = \\ = 0,0829 \text{ м} = 82,9 \text{ (мм)}; \\ \delta_1 = 100 - 82,9 = 17,1 \text{ (мм)}.$$

Приклад 2.6.2. Бензин, питома маса якого 700 кг/м^3 , під надлишковим тиском $p = 30 \text{ кПа}$, підводять до поплавкової камери карбюратора по трубці діаметром $d = 4 \text{ мм}$ (рис. 2.23). Кульковий поплавок масою 25 г і голка масою 12 г , яка перекриває доступ бензину, закріплені на важелі ($a = 40 \text{ мм}$; $b = 15 \text{ мм}$), який може повертатися навколо нерухомої осі O . Обчисліть радіус поплавка R за умови, що в момент відкриття отвору поплавки буде зануреним наполовину (тертям у шарнірах і вагою важеля знехтувати).

Розв'язання. Запишемо рівняння моментів сил відносно шарніра O :

$$G_1 a - F_a a + F b + G_2 b = 0,$$

де $G_1 = m_1 g$ – вага поплавка;

$F_a = \rho g V$ – архімедівська сила;

V – об'єм зануреної частини поплавка,

$$V = 2/3(\pi R^3);$$

$F = p(\pi d^2 / 4)$ – сила тиску на голку;

$G_2 = m_2 g$ – вага голки.

Підставивши величини, отримаємо:

$$[m_1 - 2/3(\pi R^3 \rho)] ag + p(\pi d^2 / 4) b + m_2 gb = 0.$$

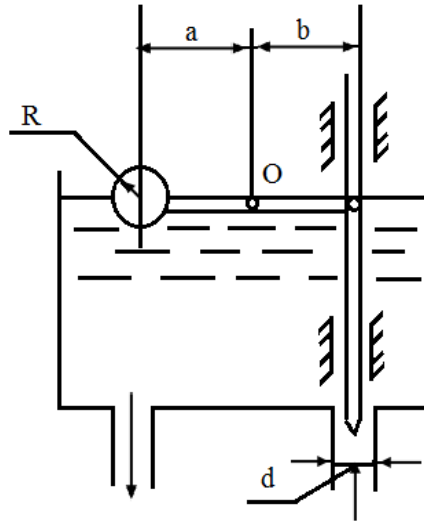


Рисунок 2.23 – Поплавкова камера карбюратора

Звідси

$$R_3 = [m_1 a g + (p \pi d^2 b) / 4 + m_2 b g] / 2/3 (\rho g a \pi) = [0,025 \times 0,04 \times 9,81 + (30\,000 \times 3,14 \times 0,004^2 \times 0,015) / 4 + 0,012 \times 9,81 \times 0,015] / [2/3 (700 \times 9,81 \times 0,04 \times 3,14)] = 0,00003 \text{ (м}^3\text{)};$$

$$R = 0,031 = 31 \text{ (мм)}.$$

Приклад 2.6.3. Гідравлічний домкрат (рис. 2.24) складається з нерухомого поршня 1 та циліндра 2, що ковзає по ньому, діаметром $D = 200$ мм, на якому змонтовано корпус 3 (так звана масляна ванна домкрата), і плунжерного насоса 4 ручного приводу зі смоктувальним 5 і нагнітальним 6 клапанами.

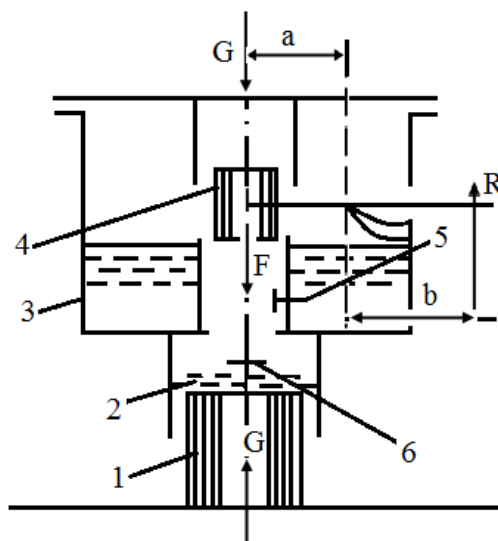


Рисунок 2.24 – Гідравлічний домкрат

Обчисліть зусилля R на ручці привідного важеля насоса, потрібне для підняття вантажу $G = 120$ кН. Діаметр плунжера $d = 20$ мм ($a = 60$ мм; $b = 700$ мм). К.к.д. насоса $\eta_n = 0,65$, циліндра $\eta_{ц} = 0,9$.

Розв'язання. З рівняння моментів $F_A = Rb$ зусилля

$$R = F(a/b),$$

де F – сила, що діє з боку плунжера насоса на рідину.

Тиск, який вона створює, $p = 4F\eta_n/\pi d^2$. З іншого боку, $p = 4G/\pi D^2\eta_{ц}$.

Прирівнявши, отримаємо $F = G(d/D)^2 / \eta_n\eta_{ц}$.

Отже, зусилля

$$\begin{aligned} R &= G(d/D)^2 \times a/b \times 1 / (\eta_n\eta_{ц}) = \\ &= 120\,000 (20/200)^2 \times (60/700) \times 1/(0,65 \times 0,9) = 176 \text{ (Н)}. \end{aligned}$$

Приклад 2.6.4. На рисунку 2.25 зображено спрощену схему гідрогальма.

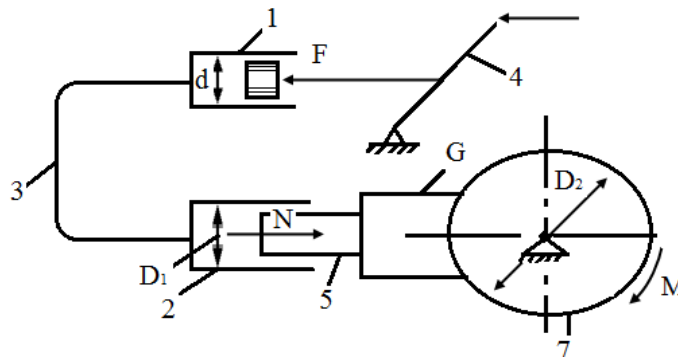


Рисунок 2.25 – Спрощена схема гідрогальма

Напірний 1 і гальмівний 2 циліндри з'єднані трубою 3. Під час натискання на педаль гальмівного важеля 4 у напірному циліндрі створюється тиск, який передається по трубці в гальмівний циліндр. У результаті плунжер 5 притискає гальмівну колодку до шківів 7, зупиняючи його.

Обчисліть значення гальмівного моменту, якщо діаметр гальмівного циліндра $D_1 = 40$ мм, діаметр шківів $D_2 = 800$ мм, діаметр напірного циліндра $d = 20$ мм, а зусилля на його штоці $F = 700$ Н. Коефіцієнт тертя ковзання для пари шківів – гальмівна колодка $f = 0,25$; к.к.д. напірного циліндра $\eta_n = 0,95$, гальмівного циліндра $\eta_{г} = 0,97$.

Розв'язання. Тиск, що створюється силою F ,

$$p = 4F\eta_n / \pi d^2.$$

Він без зміни передається на плунжер і створює силу

$$N = p\pi D_1^2 / 4.$$

Сила тертя $T = fN$, а момент тертя з урахуванням к.к.д.

$$M = D_2 / 2 \times T\eta_{\Gamma} = D_2 / 2 \times fN\eta_{\Gamma} = D_2 fp / 2 \times (\pi D_1^2) \eta_{\Gamma} / 4.$$

Отже,

$$\begin{aligned} M &= f (D_2/2) \times (D_1/d)^2 \times F\eta_{\text{н}} \eta_{\Gamma} = \\ &= 0,25 (0,3/2) \times (40/20)^2 \times 700 \times 0,95 \times 0,97 = 96,76 \text{ (Н}\cdot\text{м)}. \end{aligned}$$

2.7 Задачі для самостійного розв'язування

2.7.1 Надлишковий тиск, виміряний на глибині 300 м у морі, дорівнює 3,08 МПа. Визначте питому масу води на цій глибині.

2.7.2 Обчисліть силу тиску на дно резервуара, показаного на рисунку 2.26, якщо діаметр дна $D = 1$ м, діаметр верхньої частини $d = 0,5$ м, а висота резервуара, заповненого водою, $h = 2$ м. До поршня, який вільно переміщається, прикладена сила $G = 3\,000$ Н. Тертям поршня зі стінкою резервуара знехтувати.

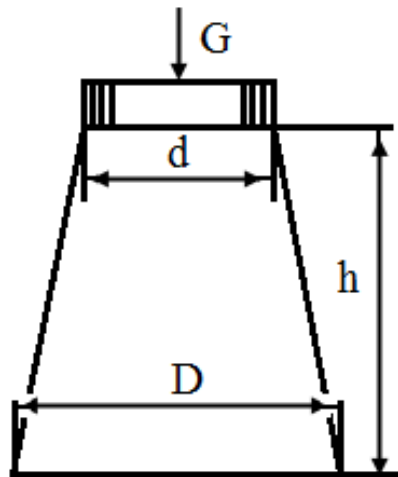


Рисунок 2.26 – Схема до задачі 2.7.2

2.7.3 Закритий резервуар заповнений водою до висоти $h_2 = 50$ см, а вище до висоти $h_1 = 30$ м – маслом з питомою масою 800 кг/м^3 . Визначте тиск на поверхні масла, якщо рівень ртуті в трубці (рис. 2.27) нижчий від рівня масла в резервуарі на $h = 40$ см.

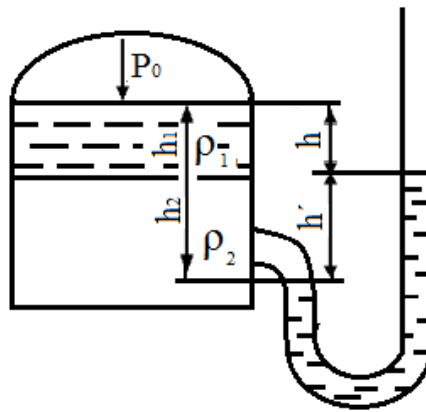


Рисунок 2.27 – Схема до задачі 2.7.3

2.7.4 Який тиск p_1 треба створити в циліндрі діаметром $D = 100$ мм (рис. 2.28), щоб отримати зусилля на штоці поршня $F = 7\,840$ Н? Діаметр штока $d = 30$ мм, тиск у штоковій камері циліндра $p_2 = 98,1$ кПа. Урахувати, що сила тертя поршня становить 10 % від сили, яка активно діє на поршень.

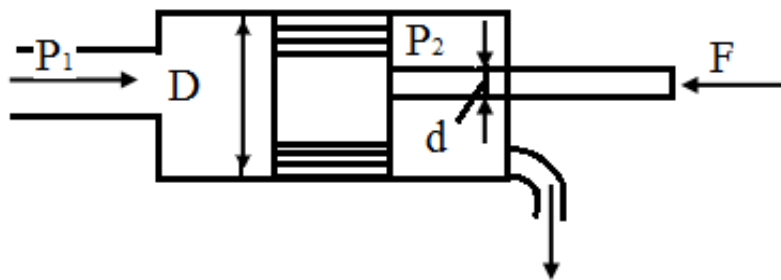


Рисунок 2.28 – Схема до задачі 2.7.4

2.7.5 Дві сполучені посудини A і B заповнені двома рідинами з питомою масою $\rho_1 = 900$ і $\rho_2 = 1\,000$ кг/м³ (рис. 2.29). Визначте положення меж поділу цих двох рідин H_A і H_B відносно вільних поверхонь при різниці рівнів $h = 10$ см.

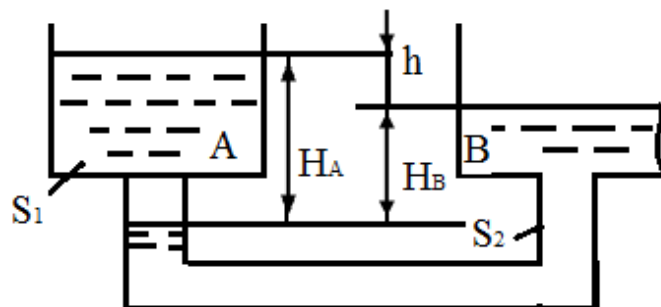


Рисунок 2.29 – Схема до задачі 2.7.5

2.7.6 Визначте силу тиску води на дно резервуара і навантаження на кожну з чотирьох опор. Розміри резервуара показані на рисунку 2.30.

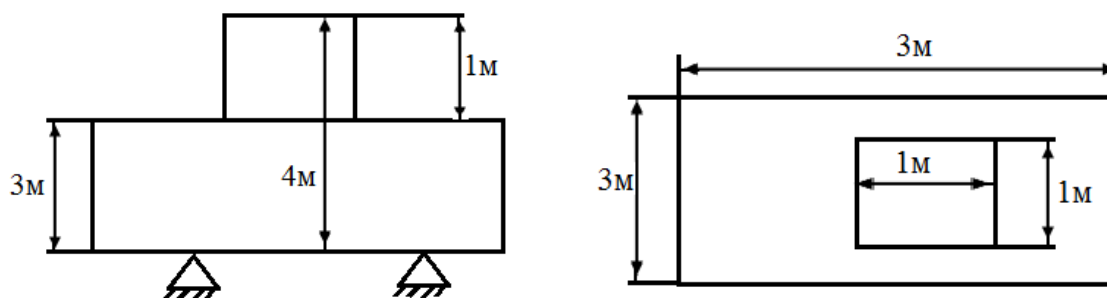


Рисунок 2.30 – Схема до задачі 2.7.6

2.7.7 Обчисліть висоту A , на яку може підняти воду прямодіючий паровий поршневий насос (рис. 2.31), якщо манометричний тиск у паровому циліндрі $p_1 = 2,5 \times 10^5$ Па, діаметр циліндра $d_1 = 12$ см, а діаметр водяного циліндра $d_2 = 20$ см.

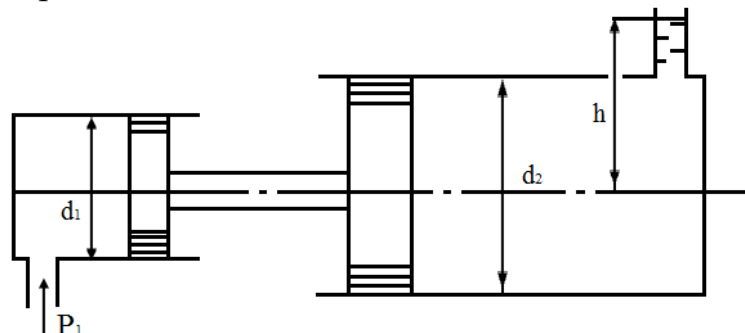


Рисунок 2.31 – Схема до задачі 2.7.7

2.7.8 Визначте тиск у гідросистемі та вагу вантажу G , що лежить на поршні, якщо для його піднімання прикладена сила $F = 1$ кН. Діаметри поршнів $D = 300$ і $d = 80$ мм (рис. 2.32). Різницею висот знехтувати.

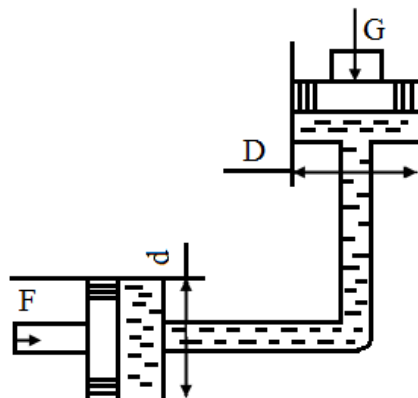


Рисунок 2.32 – Схема до задачі 2.7.8

2.7.9 Визначте покази мановакуумметра $p_{\text{МВ}}$, якщо до штока поршня (рис. 2.33) прикладена сила $F = 100 \text{ Н}$. Діаметр поршня $d = 100 \text{ мм}$; висота $H = 1,5 \text{ м}$; питома маса рідини – 800 кг/м^3 .

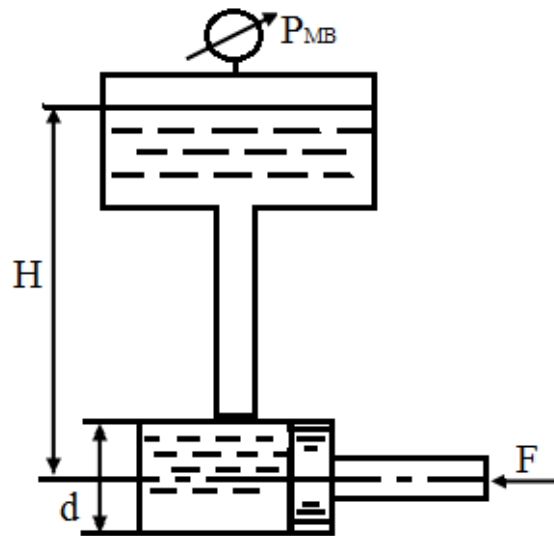


Рисунок 2.33 – Схема до задачі 2.7.9

2.7.10 Круглий отвір у горизонтальному дні резервуара з нафтою закриває відкидний клапан діаметром 100 мм (рис. 2.34). Яке зусилля F потрібно прикласти, щоб відкрити клапан, занурений на рівень $h = 3,5 \text{ м}$? Питома маса нафти – 800 кг/м^3 , вагою клапана і тертям у шарнірі знехтувати.

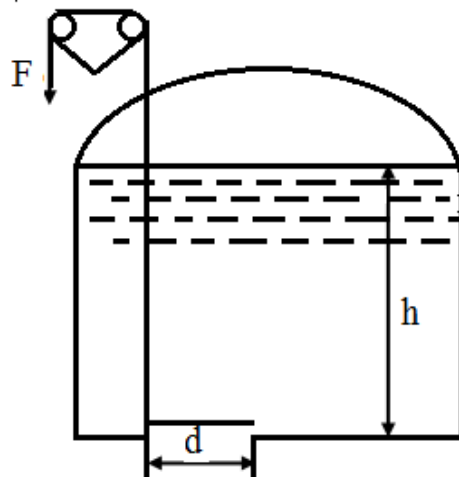


Рисунок 2.34 – Схема до задачі 2.7.10

2.7.11 У замкненій посудині з водою абсолютний тиск на вільній поверхні $p_0 = 1,25 \times 10^5 \text{ Па}$. На яку висоту H підніметься вода у відкритій трубці, під'єднаній до посудини на глибині $h = 3 \text{ м}$ під вільною поверхнею (рис. 2.35)?

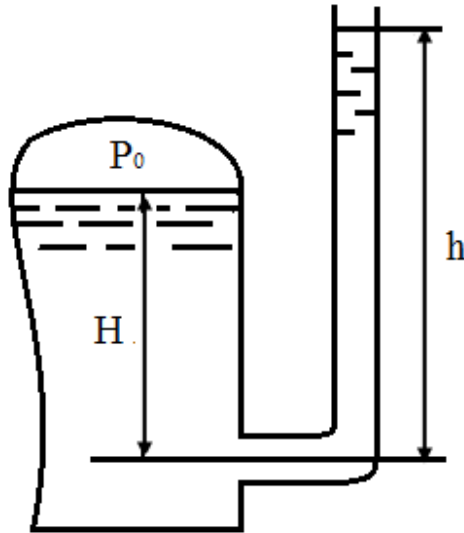


Рисунок 2.35 – Схема до задачі 2.7.11

2.7.12 Обчисліть різницю тисків у точках A і B циліндрів, заповнених водою, якщо різниця рівнів ртуті в диференціальному манометрі $h = 15$ см. До ртуті трубки C і B (рис. 2.36) заповнені водою. Температура $t = 20^\circ$. Питома маса ртуті

$$\rho_{\text{рт}} = \rho_0 / (1 + 0,0001815t),$$

де $\rho_0 = 13\,600 \text{ кг/м}^3$.

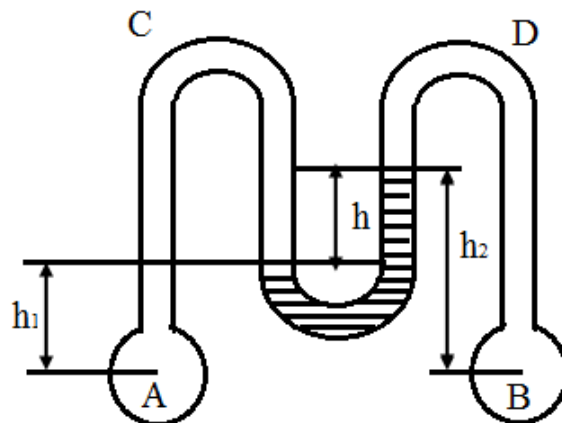


Рисунок 2.36 – Схема до задачі 2.7.12

2.7.13 Визначте силу тиску води на плоский щит, який перекриває канал, і зусилля, потрібне для піднімання щита (рис. 2.37). Ширина каналу – $1,8$ м, а глибина води в ньому $H = 2,2$ м. Вага щита – 15 кН. Коефіцієнт тертя щита на опорах – $0,25$.

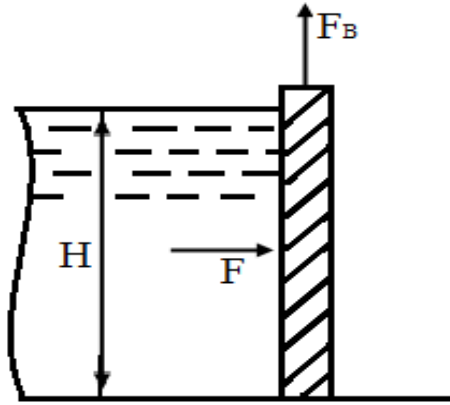


Рисунок 2.37 – Схема до задачі 2.7.13

2.7.14 Обчисліть, з якою силою треба тягнути трос, прикріплений до нижньої кромки прямокутного затвора з розмірами $2 \times 1 \text{ м}^2$, який перекриває отвір греблі, за даними рисунка 2.38.

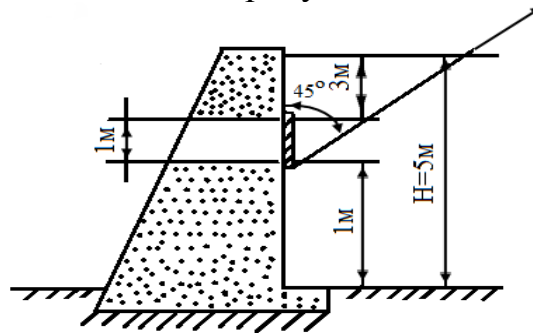


Рисунок 2.38 – Схема до задачі 2.7.14

2.7.15 Визначте зусилля T , потрібне для того, щоб відкрити прямокутний затвор, по обидва боки якого є вода. Затвор повертається навколо горизонтальної осі M . Глибина води з двох боків відповідно дорівнює $H_1 = 7,2$ і $H_2 = 3,15$ м. Ширина затвора – 4 м, його вага $G = 32,5$ кН, а кут нахилу $\alpha = 60^\circ$ (рис. 2.39).

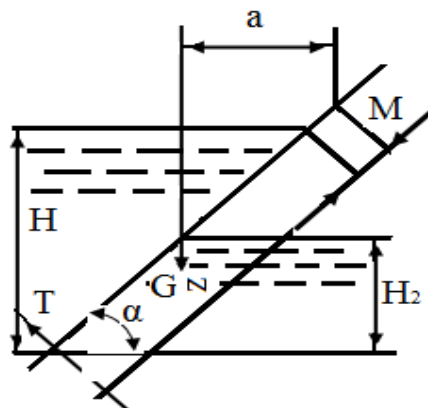


Рисунок 2.39 – Схема до задачі 2.7.15

2.7.16 Кришка у вигляді півсфери діаметром $d = 1$ м кріпиться до стінки резервуара двома болтами (рис. 2.40). Визначте зусилля розтягу в болтах A і B при глибині занурення центра кришки $h_c = 2$ м.

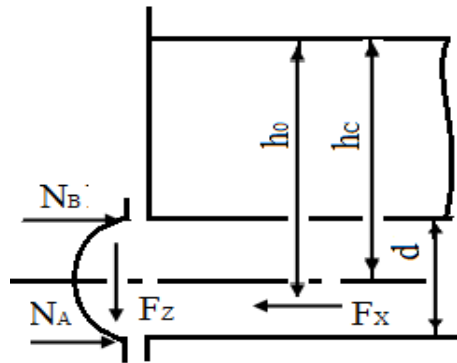


Рисунок 2.40 – Схема до задачі 2.7.16

2.7.17 Отвір водонесного шлюзу шириною 5 м закривається сегментним щитом з радіусом $r = 6$ м. Вісь повороту щита є на висоті 1 м над рівнем води. Глибина води перед щитом 4 м. Обчисліть силу тиску на щит (рис. 2.41).

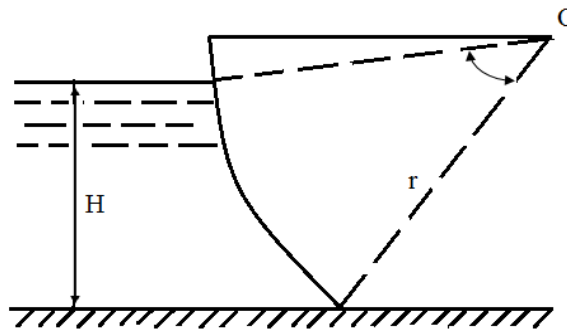


Рисунок 2.41 – Схема до задачі 2.7.17

2.7.18 Прямокутний донний отвір греблі закривають сегментним затвором. Розміри отвору: $r = 1,3$ м; $b = 2,4$ м. Висота греблі $H = 4$ м (рис. 2.42). Визначте силу тиску води на затвор і напрямок її дії.

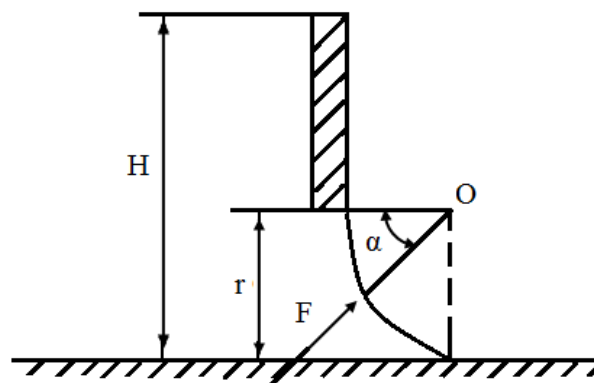


Рисунок 2.42 – Схема до задачі 2.7.18

2.7.19 Автомобіль рухається прямолінійно зі сталим прискоренням, якого він набуває в результаті збільшення швидкості від 25 до 80 км/год за 13 с. Акселерометр (пристрій для вимірювання прискорень) у вигляді U-подібної трубки, вертикальні вітки якої віддалені одна від одної на 60 см, заповнений водою. Обчисліть різницю рівнів води в трубці.

2.7.20 Циліндрична посудина, заповнена рідиною на глибину h , обертається навколо вертикальної осі зі сталою кутовою швидкістю, (рис. 2.43). Визначте частоту обертання посудини, якщо її діаметр – 30 см, а висота $H = 60$ см.

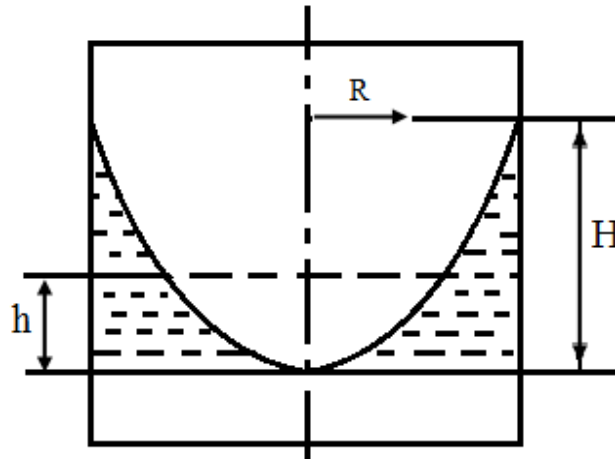


Рисунок 2.43 – Схема до задачі 2.7.20

2.7.21 Ареометр – скляна трубка, нижній кінець якої сферичний і заповнений свинцем, – занурений у рідині на глибину 10 см. Зовнішній діаметр трубки – 25 мм, а діаметр сферичного кінця – 30 мм. Обчисліть питому масу рідини, якщо вага ареометра – 0,5 Н.

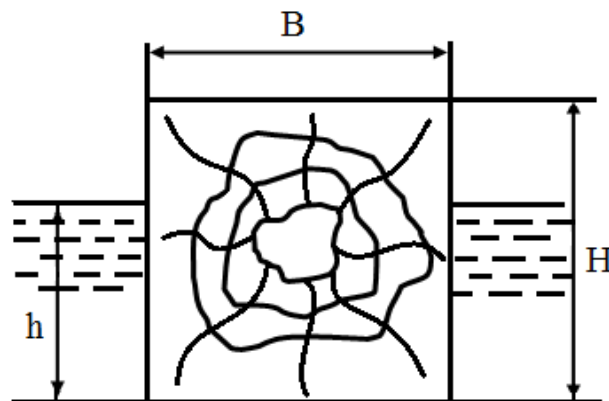


Рисунок 2.44 – Схема до задачі 2.7.21

2.7.22 Визначте глибину h занурення соснової балки, що має форму паралелепіпеда (рис. 2.44); $B = 0,4$ м, $H = 0,2$ м, довжина – 2 м. Питома маса сосни – 750 кг/м^3 .

Питання для самоперевірки

- 1 Переліchte властивості тиску.
- 2 Що таке атмосферний тиск?
- 3 Надайте характеристики тиску, який відповідає абсолютному нулю.
- 4 Чи є різниця між атмосферним тиском і манометричним тиском?
- 5 Яким диференціальним рівнянням описується стан рідини?
- 6 Яке основне рівняння гідростатики?
- 7 Що таке п'єзометрична висота?
- 8 Що таке геометрична висота?
- 9 Що відображає закон Паскаля?
- 10 Які є прибори для вимірювання тиску?
- 11 З чого складається барометр?
- 12 З чого складається п'єзометр?
- 13 Що таке рідинний манометр?
- 14 Чи рідинний вакуумметр подібен до рідинного манометра?
- 15 Що таке диференціальний манометр?
- 16 Що таке механічні вакуумметри?
- 17 Чи має електричний манометр мембрану?
- 18 Сформулюйте закон Архімеда.
- 19 Яка відносна рівновага рідини?
- 20 З чого складається гідростатичний нівелір?
- 21 Що можна зробити за допомогою гідростатичного нівеліру?
- 22 Для чого застосовують преси та домкрати?
- 23 Для чого застосовують мультиплікатор тиску?
- 24 Для чого використовують превентор?

3 ОСНОВИ КІНЕМАТИКИ ТА ДИНАМІКИ РІДИН

3.1 Загальні положення

Рух рідини класифікують за різними ознаками:

- за швидкістю в одному перерізі в різний час. Якщо швидкість не змінюється, то це усталений (стаціонарний) рух. При неусталеному (нестационарному) русі швидкість рідини в кожній точці простору змінюється з часом. У машинобудівній гідравліці розглядають в основному усталений рух і деякі випадки неусталеного (гідравлічний удар, рух рідини в поршневому насосі);

- за швидкістю в різних перерізах в один час. Під час рівномірного руху швидкості в подібних точках різних перерізів однакові, при нерівномірному – різні. Це може бути пов'язане зі зміною площі перерізу;

- за обмеженням перерізу потоку. Напірний рух є в потоці, обмеженому з усіх боків твердими стінками. При безнапірному русі є вільна поверхня рідини, яка контактує з газом, найчастіше з повітрям. Вільний струмінь не має твердих стінок, з усіх боків він обмежений газом;

- за обертанням частинок рідини. Вихровий рух відбувається при поступальному й обертальному рухах частинок рідини. Якщо частинки не обертаються, то рух безвихровий.

Лінією течії називається крива, дотична до якої в кожній точці збігається з напрямком вектора швидкості в рідині. Якщо в рухомій рідині виділити дуже малий замкнений контур і через усі його точки провести лінії течії, то утвориться трубчаста поверхня, що називається трубкою течії. Частину потоку, що є всередині трубки течії, називають елементарною струминкою.

Рухомий об'єм рідини певних розмірів називається потоком рідини. Він складається з нескінченно великої кількості нескінченно малих елементарних струминок. Переріз потоку, нормальний до кожної лінії течії, називається живим перерізом з площею S .

Витрата Q – це об'ємна кількість рідини, що протікає через живий переріз потоку за одиницю часу. Її визначають як суму витрат елементарних струминок, з яких складається потік:

$$Q = \int v dS, \quad (3.1)$$

де v – місцева швидкість у центрі перерізу елементарної струминки площею dS .

Розмірність витрати: метр кубічний за секунду ($\text{м}^3/\text{с}$), літр за секунду (л/с), метр кубічний за годину ($\text{м}^3/\text{год}$).

Для зручності обчислень введено поняття середньої швидкості :

$$v_{cp} = Q/S, \quad (3.2)$$

тобто такої умовної швидкості, однакової для всіх точок перерізу, при якій витрата потоку буде такою самою, як і при різних місцевих швидкостях (рис. 3.1).

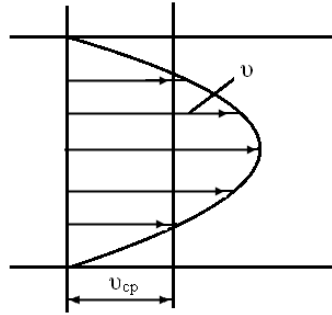


Рисунок 3.1 – Середня і місцева швидкості

У різних перерізах потоку з різними площами витрата буде незмінною, тобто

$$Q = v_1 S_1 = v_2 S_2. \quad (3.3)$$

Це так зване рівняння суцільності витрати, або нерозривності.

До гідравлічних елементів потоку належить середня швидкість v , площа живого перерізу S , «змочений» периметр χ , тобто периметр частини потоку, яка контактує з рідиною. Для кола $\chi = 2\pi r$; для квадрата – $4a$, де a – сторона квадрата. Ще один гідравлічний елемент потоку – гідравлічний радіус

$$R = S/\chi. \quad (3.4)$$

Він наближено враховує вплив форм і розмірів живого перерізу на рух рідини [3], [10], [11].

Для кола $R = \pi D^2/4\pi D = D/4$, для квадрата $R = a^2/(4a) = a/4$; для відкритого каналу трикутної форми з рівними сторонами b

$$R = b^2 \times \sqrt{3} / (2 \times 2b) = b \times \sqrt{3} / 4.$$

3.2 Рівняння Бернуллі

Рівняння Бернуллі – одне з основних рівнянь гідравліки, його використовують під час розв’язування практичних задач, особливо при

розрахунках трубопроводів. Для потоку реальної рідини це рівняння має вигляд

$$Z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{v_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{v_2^2}{2g} + h_{\text{втр}}^{1-2}, \quad (3.5)$$

де Z – відстань від довільно вибраної горизонтальної площини порівняння до центра ваги перерізу потоку;

p – тиск у центрі ваги перерізу;

$v_{\text{ср}}$ – середня швидкість рідини в цьому перерізі. Індеси 1 і 2 належать відповідно до першого і другого перерізів;

α – коефіцієнт кінетичної енергії, який враховує похибку при розрахунках за середньою швидкістю $v_{\text{ср}}$. Він має значення в межах від 1 до 2. Потреба в цьому коефіцієнті виникає тому, що середня швидкість однакова для всіх точок перерізу, а місцеві швидкості в будь-яких точках перерізу різні (див. рис. 3.1).

З енергетичної точки зору сума трьох доданків $z + (p/\rho g) + a(v^2/2g)$ є повною питомою енергією, тобто енергією, віднесеною до одиниці ваги рідини. Вираз $z + (p/\rho g)$ – це питома потенціальна енергія, яка складається з питомої енергії положення z і питомої енергії тиску $(p/\rho g)$, $a(v^2/2g)$ – питома кінетична енергія, а $h_{\text{втр}}^{1-2}$ – втрати питомої енергії між перерізами 1 і 2.

У гідравліці широко застосовують термін «напір», під яким розуміють питому енергію. Величина $z + (p/\rho g)$ називається п'єзометричним, $a(v^2/2g)$ – швидкісним, а їхня сума H – повним, або гідродинамічним, напорами.

Під час руху реальної рідини частина енергії потоку витрачається на подолання сил тертя між шарами рідини та між рідиною і стінками русла. Крім того, рух рідини часто супроводиться обертанням частинок, утворюються вихори, окремі шари переміщуються.

Тому частина повного напору втрачається, напір H_2 буде меншим від H_1 на величину втрати напору, яка в рівнянні Бернуллі позначена h_{1-2} .

З геометричної точки зору Z – геометрична висота; $(p/\rho g)$ – п'єзометрична висота, тобто висота, на яку під дією тиску підніметься рідина в п'єзометрі, приєднаному до центра перерізу струминки; $a(v^2/2g)$ – швидкісна висота, тобто висота, пов'язана зі швидкістю струминки. Усі члени в цьому рівнянні лінійні.

На рисунку 3.2 показана геометрична інтерпретація рівняння Бернуллі. У потоці виділені перерізи 1–1 і 2–2. Відносно будь-якої горизонтальної площини $O-O$ висоти центрів ваги перерізів Z_1 і Z_2 визначимо дуже просто. Під дією тиску p_1 у першому перерізі рідина підніметься в п'єзометрі на висоту $p_1/\rho g$. Знаючи швидкість рідини v_1 у першому перерізі, обчислимо і нанесемо на графік швидкісну висоту $a_1 v_1^2/2g$. Повний напір у першому перерізі позначимо H_1 .

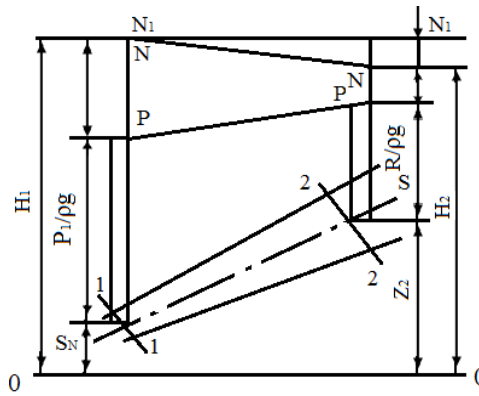


Рисунок 3.2 – Геометрична інтерпретація рівняння Бернуллі для потоку реальної рідини

Відповідно до рівняння Бернуллі, повний напір у другому перерізі буде меншим, ніж у першому, на значення втрати напору, тобто $H_1 = H_2 + h_{1-2}$. Проведемо горизонтальну лінію N_1-N_1 , від якої в місці перерізу 2–2 відкладемо вниз висоту h_{1-2} . Оскільки на цьому рисунку площа в другому перерізі більша, ніж у першому то швидкісна висота $a_2 v_2^2/2g$ менша, ніж $a_1 v_1^2/2g$. Висота в другому перерізі $p_2/\rho g$ є п'єзометричною висотою. Лінія $S-S$, що з'єднує центри ваги перерізів, називається геометричною лінією, лінія $P-P$, яка з'єднує п'єзометричні висоти, – п'єзометричною, а лінія $N-N$, що з'єднує повні напори, – лінією повного напору.

Як видно на рисунку 3.2, уздовж потоку напори змінюються.

Зменшення повного напору відносно довжини називається гідравлічним похилом:

$$I = h_{1-2}/l_{1-2} = [z_1 + (p_1/\rho g) + (a_1 v_1^2/2g) - (z_2 + p_2/\rho g + a_2 v_2^2/2g)]/l_{1-2}. \quad (3.6)$$

Відношення зміни п'єзометричного напору до довжини потоку – п'єзометричний похил:

$$I_p = [(z_1 + p_1/\rho g) - (z_2 + p_2/\rho g)]/l_{1-2}. \quad (3.7)$$

Відношення зміни геометричної висоти до довжини потоку називається геометричним похилом:

$$i = (z_1 - z_2)/l_{1-2}. \quad (3.8)$$

Геометричний і п'єзометричний похили можуть бути додатними, нульовими і від'ємними. Гідравлічний похил завжди додатний, оскільки лінія повного напору постійно знижується вздовж потоку [3]–[5], [7].

Приклад 3.2.1. В похилому трубопроводі увімкнена вставка (рис.3.3), діаметр якої змінюється від 200 до 90 мм. До перерізів 1–1 і 2–2 підключені трубки диференціального манометра (рис. 3.3), рівень ртуті в якому перемістився на $h = 90$ мм. Визначте витрату води в трубопроводі.

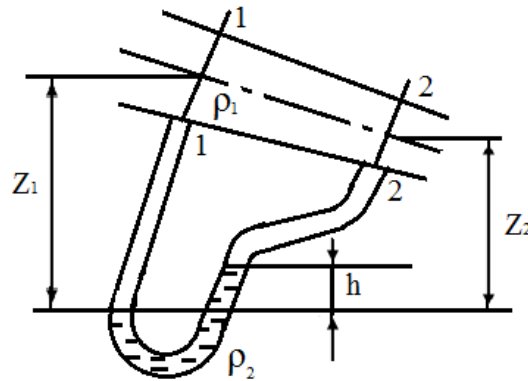


Рисунок 3.3 – Схема до прикладу 3.2.1

Розв’язання. Записуємо рівняння Бернуллі для перерізів 1–1 і 2–2, нехтуючи втратами напору:

$$z_1 + (p_1/\rho g) + (a_1 v_1^2/2g) = z + (p_2/\rho g) + (a_2 v_2^2/2g);$$

При $a_1 = a_2 = 1$

$$(p_1 - p_2) / \rho g = z_2 - z_1 + (v_2^2 - v_1^2) / 2g. \quad (3.9)$$

З рівняння рівноваги стовпчика ртуті в манометрі можна записати

$$p_1 + \rho_1 g z_1 = p_2 + \rho g (z_2 - h) + \rho_2 g h,$$

де ρ_2 – питома маса ртуті.

З цього рівняння

$$(p_1 - p_2) / \rho_1 g = z_2 - z_1 + h[(\rho_2 g / \rho_1 g) - 1] = z_2 - z_1 + h(\rho_2 / \rho_1 - 1). \quad (3.10)$$

Порівнюючи (3.9) і (3.10), маємо:

$$h = (v_2^2 - v_1^2) / 2g(\delta - 1),$$

де δ – відношення $\rho_2 / \rho_1 = 13,6$.

Використовуючи рівняння нерозривності

$$v_1 S_1 = v_2 S_2,$$

де $S_1 = \pi d_1^2/4$; $S_2 = \pi d_2^2/4$ – площі перерізів потоку; виразимо швидкість v_2 через v_1 :

$$v_2 = v_1(S_1/S_2) = v_1(d_1/d_2)^2;$$

$$h = [(d_1/d_2)^4 - 1]/\delta - 1 (v_1^2/2g) = [(d_1/d_2)^4 - 1]/\delta - 1 [16 Q^2/(2\pi^2 g d_1^4)].$$

Отже, витрата

$$Q = \pi d_1^2/4 \sqrt{[2gh(\delta - 1)]/[(d_1/d_2)^2 - 1]} =$$

$$= (3,14 \times 0,2^2)/4 \sqrt{[2 \times 9,81 \times 0,09 \times 12,6] / [(20/9)^4 - 1]} =$$

$$= 0,0306 \text{ (м}^3\text{/с)} = 30,6 \text{ (л/с)}.$$

Приклад 3.2.2. Фонтанна трубка закінчується конічною насадкою, розміри якої такі: $D = 50$ мм; $d = 10$ мм, $H = 50$ см (рис. 3.4). Якою буде витрата води при висоті польоту струменя 8 м? Обчисліть значення тиску при вході в насадку.

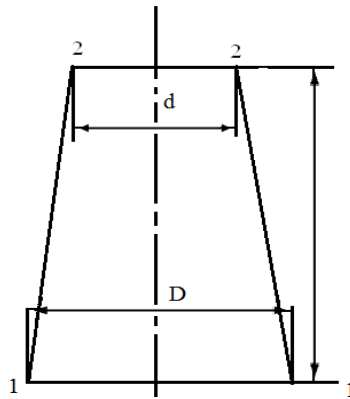


Рисунок 3.4 – Схема до прикладу 3.2.2

Розв’язання. Не беручи до уваги опір повітря і втрати напору всередині насадки, можна записати, що при виході вся кінетична енергія переходить у висоту струменя, тобто $h = v_2^2 / 2g$, звідки $v_2 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 9,81 \times 8} = 12,53 \text{ (м/с)}$.

Витрата $Q = v_2 S_2 = v_2 \pi d_2^2/4 = 12,53 \times (3,14 \times 0,01^2)/4 = 0,000984 \text{ (м}^3\text{/с)} = 0,984 \text{ (л/с)}$.

Тиск у перерізі 1–1 обчислюємо з рівняння Бернуллі ($\alpha_1 = \alpha_2 = 1$):

$$z_1 + (p_1/\rho g) + a_1 (v_1^2/2g) = z_2 + (p_2/\rho g) + a_2 (v_2^2/2g).$$

Якщо площину порівняння провести за перерізом 1–1, то $z_1 = 0$, $z_2 = H$.
Значення $p_2 = p_{\text{ат}}$.

Отже, $p_1 - p_{\text{ат}} = \rho g H + \rho (v_2^2 - v_1^2)/2$.

Враховавши рівняння нерозривності $v_1 S_1 = v_2 S_2$, маємо $v_1 = v_2 (S_1/S_2) = v_2 (d/D)^2$, тоді надлишковий тиск

$$p = p_1 - p_{\text{ат}} = \rho g H + \rho v_2^2 / 2 \times [1 - (d/D)^4] = 1\,000 \times 9,81 \times 0,5 + (1\,000 \times 12,53) / 2 \times [1 - (10/50)^4] = 11\,160 \text{ (Па)}.$$

Приклад 3.2.3. На рисунку 3.5 зображено систему послідовно з'єднаних труб. Визначте швидкість витікання і витрату для випадку, якщо рухається нев'язка рідина. Як зміниться витрата, якщо сумарні втрати напору в системі $\Sigma h = 2,75$ м? Вважати, що $d_1 = 100$ мм, $l_1 = 150$ м, $d_2 = 200$ мм, $l_2 = 50$ м, $d_3 = 36$ мм, $H = 10$ м.

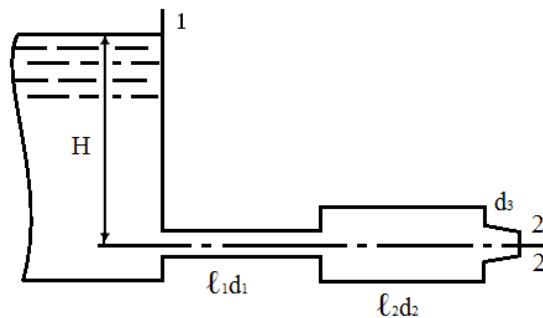


Рисунок 3.5 – Схема до прикладу 3.2.3

Розв'язання. Записавши рівняння Бернуллі для перерізів 1–1 і 2–2 і враховавши, що $z_1 = H$, $z_2 = 0$, $v_1 \sim 0$, отримаємо:

$$p_{\text{ат}} / \rho g + H = p_{\text{ат}} / \rho g + v_3^2 / 2g ,$$

звідки

$$H = v_3^2 / 2g \text{ і } v_3 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 9,81 \times 10} = 14 \text{ (м/с)}.$$

Витрата

$$Q = v_3 \pi d_3^2 / 4 = 14 (3,14 \times 0,036^2) / 4 = 0,0142 \text{ (м}^3\text{/с)} = 14,2 \text{ (л/с)}.$$

З урахуванням втрат напору рівняння Бернуллі набуде вигляду

$$H = v_3^2 / 2g + \Sigma h ,$$

звідки

$$v_3 = \sqrt{2g(H - \Sigma h)} = \sqrt{2 \times 9,81 \times (10 - 2,75)} = 11,9 \text{ (м/с)},$$

а витрата

$$Q = \pi d_3^2 / 4 \cdot v_3 = 3,14 \times 0,036^2 / 11,9 = 0,012 \text{ (м}^3\text{/с)} = 12 \text{ (л/с)}.$$

3.3 Режими руху рідини

Течія рідини має два режими руху – ламінарний і турбулентний. При ламінарному режимі частинки рідини рухаються паралельно одна до одної вздовж осі труби зі сталими швидкостями. Цей рух усталений. При турбулентному режимі окремі частинки рухаються хаотично, їхні траєкторії перетинаються, окремі об'єми перемішуються й обертаються. У результаті виникають пульсації тисків і швидкостей, тому рух неусталений.

Режим руху рідини визначають за допомогою безрозмірного числа Рейнольдса

$$Re = 4vR / \nu, \quad (3.11)$$

де v – середня швидкість руху рідини;

R – гідравлічний радіус, який визначають за формулою (3.4);

ν – кінематична в'язкість рідини.

Для круглих труб $R=d/4$, тому

$$Re = vd / \nu = 4Q / \pi d \nu. \quad (3.12)$$

Експериментально визначено, що для круглих труб при $Re < 2\,300$ режим ламінарний, при $R > 4\,000$ – турбулентний, при $2\,300 < Re < 4\,000$ – перша перехідна зона. У ній по чергово існує то ламінарний режим, то турбулентний.

Ламінарний режим виникає в тонких капілярних трубках під час руху високов'язких рідин, фільтрації води в порах ґрунту, при малих швидкостях. Малов'язкі рідини (вода, бензин, спирт) майже завжди рухаються при турбулентному режимі [3]–[6].

Приклад 3.3.1. Обчисліть критичну швидкість, при якій настає перехід від ламінарного режиму до перехідної зони в трубці діаметром 3 см під час руху води і повітря при температурі 25 °С та гліцерину при 20 °С.

Розв'язання. При $t = 25$ °С кінематична в'язкість води $\nu = 0,9 \times 10^{-6}$ м²/с, а повітря – $\nu = 16,15 \times 10^{-6}$ м²/с. Тоді з виразу $Re_{кр} = v_{кр}d / \nu$, де $Re_{кр}$ – критичне число Рейнольдса; $v_{кр} = Re_{кр} \nu / d$. Приймавши $Re_{кр} = 2\,300$, отримаємо для води $v_{кр} = 0,9 \times 10^{-6} / 0,03 \times 2\,300 = 0,069$ м/с = 6,9 см/с ; для повітря – $v_{кр} = 16,15 \times 10^{-6} / 0,03 \times 2\,300 = 1,24$ м/с. При 20 °С для гліцерину $\nu = 4,1 \times 10^{-4}$ м²/с , тоді $v_{кр} = 4,1 \times 10^{-4} / 0,03 \times 2\,300 = 31,43$ м/с .

Приклад 3.3.2. До гідророзподільника об'ємного гідроприводу масло тече по трубці діаметром 10 мм, а потім по трубці діаметром 16 мм.

Який буде режим руху масла в кожній з труб, якщо витрата становить 1 л/с, а кінематична в'язкість масла – $4 \times 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$?

Розв'язання. Число Рейнольдса $Re = vd/\nu$.

Оскільки швидкість

$$v = 4Q/\pi d^2, \text{ то } Re = 4Q/\pi d \nu.$$

Для труби з $d = 10 \text{ мм}$ $Re = 4 \times 0,001 / (3,14 \times 0,01 \times 4 \times 10^{-5}) = 3184,7$.

Для труби з $d = 16 \text{ мм}$ $Re = 4 \times 0,001 / (3,14 \times 0,016 \times 4 \times 10^{-5}) = 1990$.

Отже, у першому випадку маємо перехідну зону, у другому – ламінарний режим.

Приклад 3.3.3. Визначте максимально допустимий діаметр трубок конденсатора парової турбіни, при якому ще буде забезпечуватися турбулентний рух. Кількість трубок конденсатора – 250, сумарна витрата води для охолодження – 8 л/с. Нижню межу турбулентного режиму вважати при $Re_{кр} = 3000$. Температура води – 10°C , $\nu = 0,013 \text{ см}^2/\text{с}$.

Розв'язання. Критичне число Рейнольдса $Re_{кр} = vd/\nu$, або враховуючи, що $v = 4Q / (\pi d^2 n)$, $Re_{кр} = 4 \cdot Q / (\pi d \nu n)$.

Звідси

$$d = 4Q / (\pi Re_{кр} n \nu) = 4 \times 8 \times 10^{-3} / (3,14 \times 3000 \times 250 \times 0,013 \times 10^{-4}) = 0,0105 = 10,5 \text{ (мм)}.$$

3.4 Задачі для самостійного розв'язування

3.4.1 На яку висоту h (рис. 3.6) може засмоктуватися вода з резервуара по трубці, під'єднаній до вузького перерізу горизонтального трубопроводу, якщо витрата рідини, що протікає, 2,7 л/с, а діаметри $d_1 = 5$ і $d_2 = 2,5 \text{ см}$, надлишковий тиск $p_1 = 8000 \text{ Па}$. Втратами енергії знехтувати.

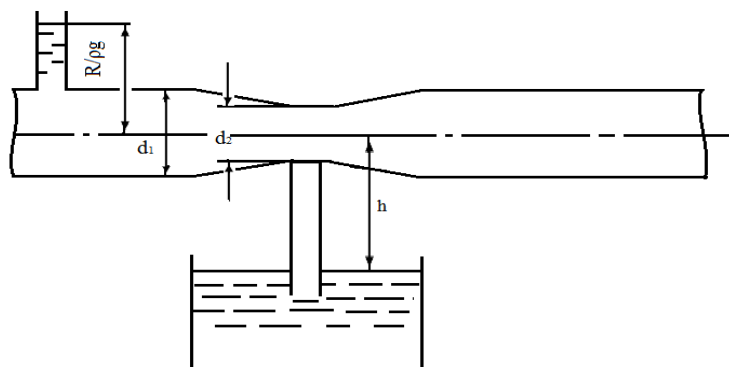


Рисунок 3.6 – Схема до задачі 3.4.1

3.4.2 Визначте витрату газу, що витікає з резервуара по трубопроводу діаметром 50 мм при надлишковому тиску в резервуарі $p_o = 161$ кПа. Висота рівня $H = 1$ м, а висота піднімання газу в п'єзометрі $h = 1,75$ м (рис. 3.7). Втратами енергії знехтувати, питома маса газу – 800 кг/м³.

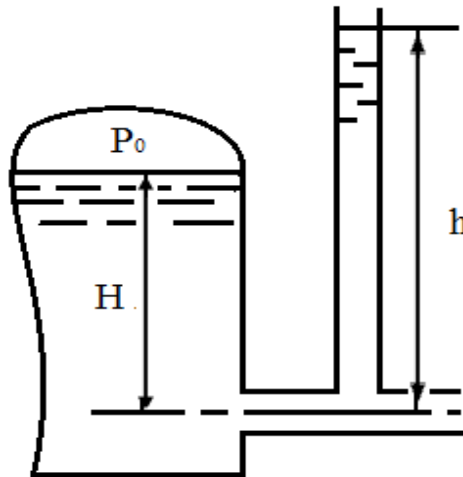


Рисунок 3.7 – Схема до задачі 3.4.2

3.4.3 З напірного бака витікає вода по трубі діаметром $d_1 = 20$ мм і потім виходить в атмосферу через насадку діаметром $d_2 = 10$ мм. Надлишковий тиск у баці $p_o = 180$ кПа, висота рівня води над віссю труби $H = 1,6$ м (рис. 3,8).

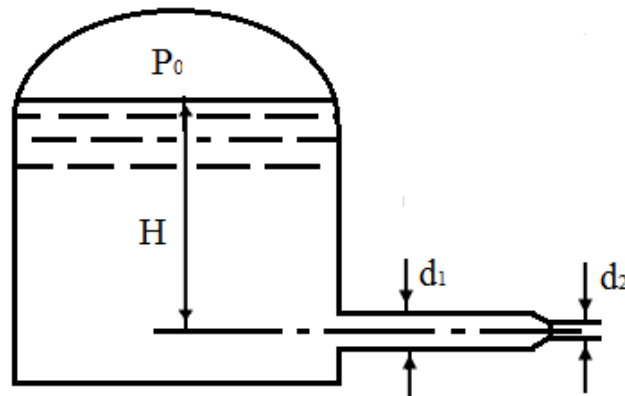


Рисунок 3.8 – Схема до задачі 3.4.3

Незважаючи на втрати енергії, обчисліть швидкість руху води в трубопроводі й на виході з насадки.

3.4.4 З цистерни по трубі діаметром 50 мм зливають бензин (рис. 3.9). Нехтуючи втратами енергії в крані й трубі, обчисліть витрату бензину з питомою масою 750 кг/м³ при $H_1 = 1,5$ м і $H_2 = 1,3$ м, якщо в цистерні вакуум дорівнює $73,5$ мм рт. ст.

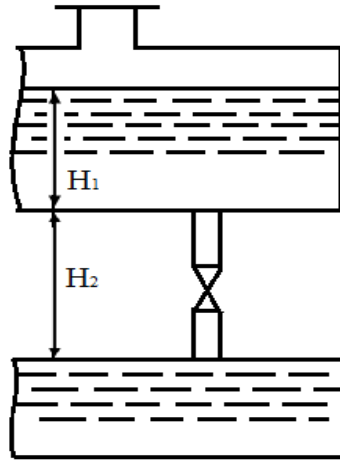


Рисунок 3.9 – Схема до задачі 3.4.4

3.4.5 Визначте тиск у перерізі 1–1 (рис. 3.10) горизонтально розташованого сопла, потрібний для забезпечення швидкості води у вихідному перерізі 2–2 40 м/с. Швидкість у перерізі 1–1 – 1,3 м/с. Втратами енергії знехтувати.

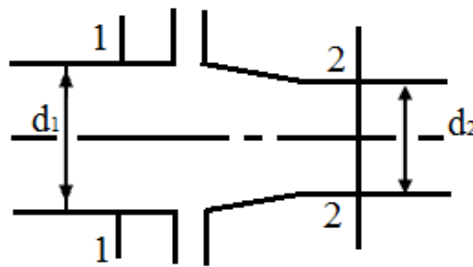


Рисунок 3.10 – Схема до задачі 3.4.5

3.4.6 Обчисліть діаметр звуженої частини горизонтального трубопроводу (рис. 3.11), у якому вода піднімається на висоту $h = 3,5$ м при витраті 6 л/с і діаметрі $D = 10$ см.

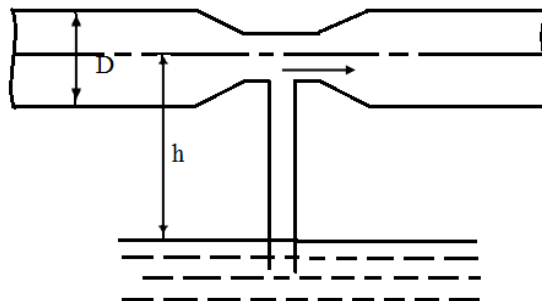


Рисунок 3.11 – Схема до задачі 3.4.6

3.4.7 На рисунку 3.12 показано резервуар, від якого відходить труба. Рідина витікає в атмосферу. Вважаючи напір у резервуарі незмінним

і нехтуючи втратами напору, визначте витрату, швидкості і напори в зазначених на рисунку перерізах ($z_1 = 4$ м, $z_2 = 2$ м, $z_3 = 0,5$ м, $z_4 = 0$, $d_2 = 138$ мм, $d_3 = 225$ мм, $d_4 = 160$ мм).

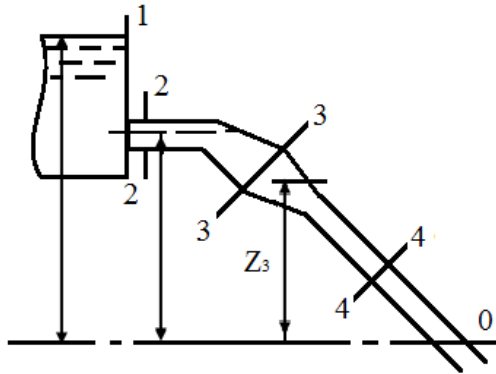


Рисунок 3.12 – Схема до задачі 3.4.7

3.4.8 У трубопроводі діаметром $d_2 = 50$ мм, по якому подають воду у відкритий бак зі сталим рівнем $H = 1,5$ м, встановлена труба Вентурі з горловиною діаметром $d_1 = 25$ мм (рис. 3.13). Обчисліть найбільшу витрату, яку можна подавати в бак при вакуумі у витратомірі 20 кПа, та покази ртутного дифманометра при цій витраті. Втрати напору вважати 1,18 м.

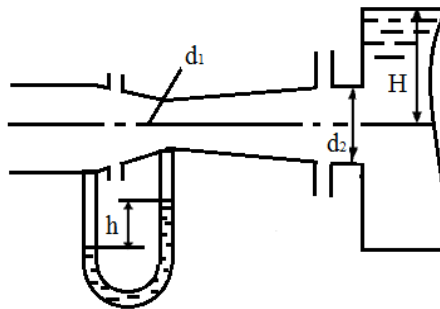


Рисунок 3.13 – Схема до задачі 3.4.8

3.4.9 По трубопроводі діаметром $d_1 = 50$ мм (рис. 3.14), в якому встановлено трубу Вентурі з горловиною $d_2 = 25$ мм, вода зливається під сталий рівень, розташований нижче від осі витратоміра на $h = 2$ м.

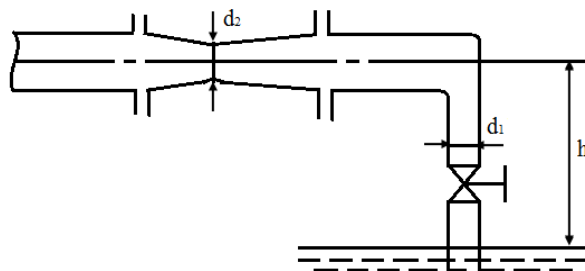


Рисунок 3.14 – Схема до задачі 3.4.9

Уважаючи втрати напору в трубопроводі 7 м, визначте максимальну витрату, при якій вакуум у горловині не перевищував би 6 м.

3.4.10 Вода перетікає з напірного бака *A* в резервуар *B* через вентиль по трубах діаметром 40 і 60 мм (рис. 3.15). Уважаючи режим руху турбулентним і сумарні втрати напору на вході в трубу, у вентилі, у раптовому розширенні й звуженні, виході в резервуар і за довжиною труб $\Delta h = 0,54 \times 10^6 \times Q^2$, обчисліть витрату висоти $H_1 = 1$ м, $H_2 = 2$ м, надлишковий тиск у баці $p_0 = 0,15$ МПа.

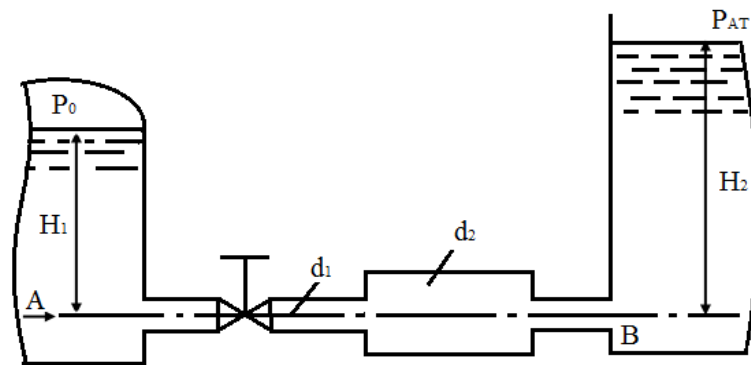


Рисунок 3.15 – Схема до задачі 3.4.10

3.4.11 Насос подає воду в кількості 30 л/с в ежектор, що чинить в підвідній трубі T_1 (рис. 3.16) тиск 200 кПа. Розміри ежектора: $D = 100$ мм, $d = 50$ мм. Чи можна цим ежектором забирати воду з резервуара з рівнем води, що нижче осі ежектора на 1,5 м? Указівка: рівняння Бернуллі не враховувати.

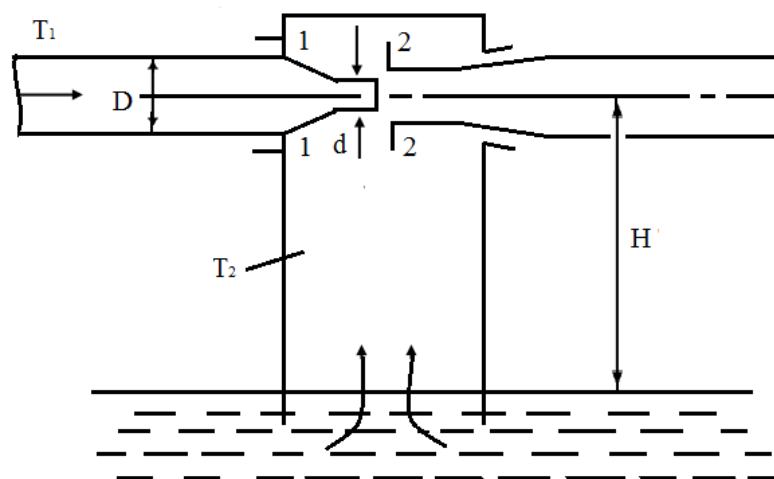


Рисунок 3.16 – Схема до задачі 3.4.11

3.4.12 Визначте тиск на виході дифузора (рис. 3.17), діаметр входу якого $d_1 = 25$ мм, а довжина – 10 см. П'єзометричний напір на вході –

100 см, кут розкриття дифузора – $5^\circ 45'$, витрата води через нього 2 л/с. Втратами напору знехтувати.

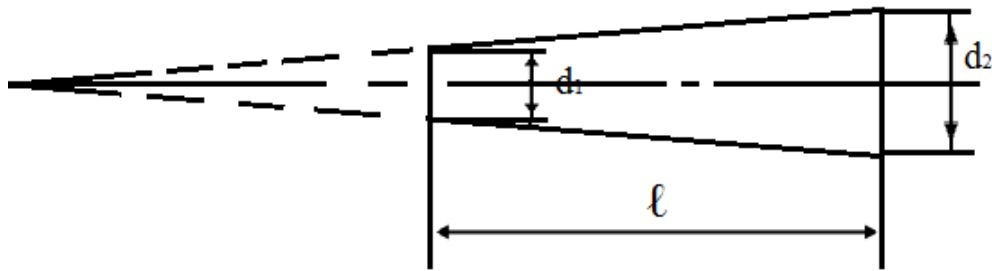


Рисунок 3.17 – Схема до задачі 3.4.12

3.4.13 Для перевірки пиłosоса до нього підключили два вакуумметри, заповнені спиртом ($\rho = 789 \text{ кг/м}^3$; рис. 3.18). Показники їх відповідно дорівнюють $H_1 = 5$ і $H_2 = 50$ мм. Випробування проводять при напорі 720 мм рт.ст. і температурі 20°C . Нехтуючи втратами напору, обчисліть витрату повітря за стандартних умов (760 мм рт. ст. і 20°C). Діаметри $d_1 = 180$ і $d_2 = 60$ мм.

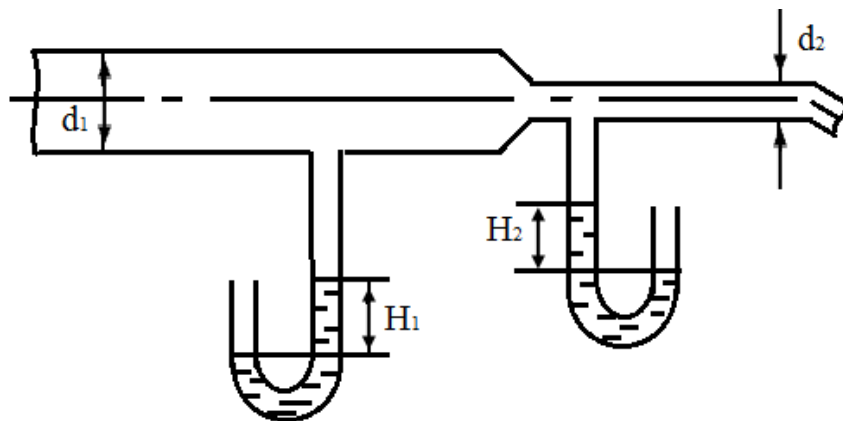


Рисунок 3.18 – Схема до задачі 3.4.13

3.4.14 Визначте режим руху води в трубопроводі діаметром 10 см, якщо витрата – 4 л/с, а температура води – 14°C . Якою повинна бути кінематична в'язкість, щоб змінився режим руху?

3.4.15 Машинне масло, для якого кінематична в'язкість $\nu = 6e^{-0,03t} \text{ см}^2/\text{с}$, де t – температура, тече по трубці діаметром 20 мм у кількості 4 л/с. Визначте режим руху при $t = 10$ і 65°C і температуру, яка відповідає критичному значенню числа Рейнольдса 2 300.

3.4.16 Обчисліть критичну швидкість руху у квадратній трубці, бік якої $a = 12$ мм: води (при $t = 20^\circ\text{C}$, $\nu = 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$), повітря (при атмосферному тиску, $t = 20^\circ\text{C}$, $\mu = 1,82 \times 10^{-5} \text{ Па}\cdot\text{с}$, $\rho = 1,2 \text{ кг/м}^3$) і турбінного масла ($t = 20^\circ\text{C}$, $\nu = 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$). $Re_{кр} = 2\,300$.

Питання для самоперевірки

- 1 За якими ознаками класифікують рух рідини?
- 2 Що таке усталений (стаціонарний) рух?
- 3 Що таке неусталений (нестационарний) рух?
- 4 Що називається лінією течії ?
- 5 Що називається трубкою течії?
- 6 Що таке елементарна струминка?
- 7 Що називають потоком рідини?
- 8 Що таке середня швидкість рідини?
- 9 У різних перерізах потоку з різними площами витрата буде незмінною?
- 10 Надайте рівняння суцільності витрати.
- 11 Що таке гідравлічний радіус?
- 12 Наведіть рівняння Бернуллі?
- 13 Скільки режимів руху має течія рідини?
- 14 Чи ламінарний режим виникає в тонких капілярних трубках під час руху високов'язких рідин, фільтрації води в порах ґрунту, при малих швидкостях?
- 15 Чи малов'язкі рідини (вода, бензин, спирт) майже завжди рухаються при турбулентному режимі?

4 ГІДРАВЛІЧНІ ОПОРИ

4.1 Поздовжні опори

Для визначення поздовжніх втрат напору $h_{втр}$ використовують формулу Дарсі – Вайсбаха

$$h_{втр} = \lambda (l / d) \times (v^2 / 2g), \quad (4.1)$$

де λ – гідравлічний коефіцієнт тертя (коефіцієнт Дарсі);

l – довжина трубопроводу;

d – його діаметр;

v – середня швидкість рідини.

При ламінарному режимі коефіцієнт Дарсі обчислюють теоретично:

$$\lambda = 64 / Re. \quad (4.2)$$

З урахуванням (4.2) після перетворень отримаємо декілька видів формули Пуазейля:

$$h_1 = 32 \nu l v / (gd^2) = 128 \nu l Q / (\pi g d^4);$$

$$\Delta p_1 = 128 \mu l Q / (\pi d^4); \quad (4.3)$$

$$Q = \pi g h_1 d^4 / (128 \nu l) = \pi \Delta p_1 d^4 / (128 \mu l) = \pi \Delta p_1 r_o^4 / (8 \mu l), \quad (4.4)$$

де ν – кінематична в'язкість;

μ – динамічна в'язкість;

$\Delta p_1 = \rho g h$ – втрати тиску на тертя по довжині;

Q – витрата рідини;

r_o – радіус труби.

Швидкість рідини в окремих точках перерізу круглоциліндричної труби (місцева швидкість) описує формула Стокса

$$u = [\Delta p_1 (r_o^2 - r)] / (4 \mu l). \quad (4.5)$$

де r – відстань від центра перерізу до точки, в якій визначають швидкість.

Розподіл місцевих швидкостей показаний на рисунку 4.1. Максимальна місцева швидкість

$$u_{\max} = \Delta p_1 r_o^2 / (4 \mu l). \quad (4.6)$$

З формули (4.4) середня швидкість

$$v = Q / (\pi r_o^2) = (\Delta p_1 r_o^2) / (8\mu l). \quad (4.7)$$

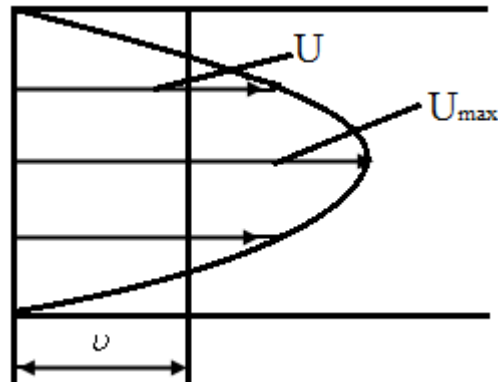


Рисунок 4.1 – Розподіл місцевих швидкостей руху рідини при ламінарному режимі

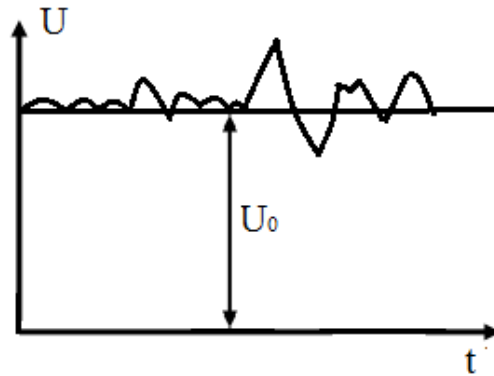


Рисунок 4.2 – Коливання швидкості при турбулентному режимі

Отже, при ламінарному режимі

$$u_{\max} = 2v. \quad (4.8)$$

Теоретично визначено, що коефіцієнт кінетичної енергії в рівнянні Бернуллі для ламінарного режиму $\alpha = 2$.

При турбулентному режимі рідина перемішується, виникає пульсація швидкостей і тисків. Місцева миттєва швидкість з часом коливається навколо певного середнього значення – місцевої усередненої швидкості u_0 (рис. 4.2).

При турбулентному режимі ця швидкість замінює місцеву, чим, по суті, неусталений рух зводиться до квазіусталеного (умовно усталеного).

Під час руху рідини вздовж стінки труби є тонкий в'язкий прошарок (рис. 4.3), після невеликої перехідної зони – основна частина потоку: турбулентне ядро, яке рухається майже з однаковими усередненими швидкостями U_0 .

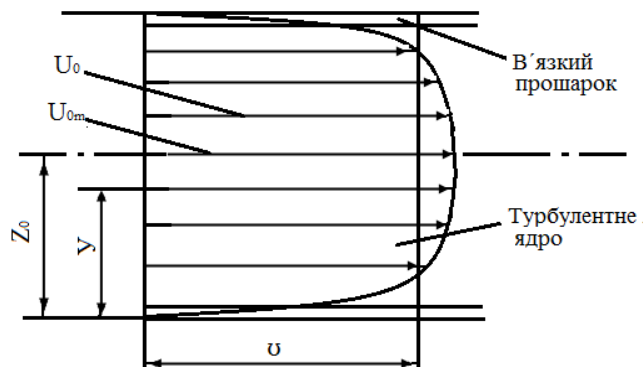


Рисунок 4.3 – Розподіл швидкостей руху рідини при турбулентному режимі

Зв'язок між усередненою максимальною u_{om} і середньою u швидкостями такий:

$$u_{om} = (1,15...1,3) u. \quad (4.9)$$

Для розподілу швидкостей u_0 запропоновано багато формул, наприклад:

$$u_0 = u_{om} (y / r_0)^{1/7}, \quad (4.10)$$

де y – відстань від стінки до точки, в якій визначають швидкість.

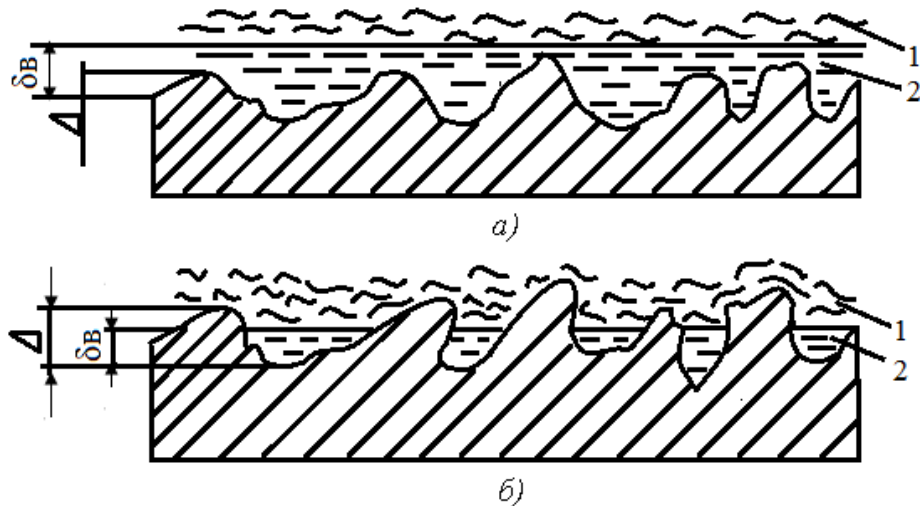
Коефіцієнт кінетичної енергії залежить від числа Рейнольдса: при $Re = 4\,000 = 1,13$; при $Re = 3 \times 10^6 = 1,025$.

У практичних обчисленнях можна брати $\alpha = 1$.

Для визначення коефіцієнта Дарсі при турбулентному режимі на основі численних експериментів запропоновані різні емпіричні й напівемпіричні формули. У них враховані діаметр труб, число Рейнольдса й еквівалентна шорсткість Δ_e (уявна висота виступів на внутрішній поверхні труб, яка при обчисленнях дає такі ж втрати напору, як і за наявності дійсних виступів).

Залежно від впливу перелічених факторів на коефіцієнт Дарсі в турбулентному режимі зазначають три зони: гідравлічно гладких труб, другу перехідну і квадратичну (гідравлічне шорстких труб).

У зоні гідравлічно гладких труб, що є в межах $4\,000 < Re < 10(d/\Delta_e)$, тобто при малих швидкостях і числах Рейнольдса, висота в'язкого прошарку δ_v більша від висоти виступів шорсткості Δ_e (рис. 4.4, а).



*а – гідравлічно гладкі труби; б – гідравлічно шорсткі труби;
1 – турбулентне ядро; 2 – в'язкий прошарок;
Рисунок 4.4 – Шорсткість труб*

Турбулентне ядро потоку під час руху не торкається виступів, і тому швидкість на гідравлічний опір не впливає. Коефіцієнт Дарсі залежить тільки від числа Рейнольдса, його обчислюють за формулою Блазіуса

$$\lambda = 0,3164 / Re^{0,25} \quad (4.11)$$

або Конакова

$$\lambda = 1 / (1,81 \lg Re - 1,5)^2. \quad (4.12)$$

У другій перехідній зоні $[10(d/\Delta_e) < Re < 500(d/\Delta_e)]$ зі збільшенням Re висота в'язкого прошарку зменшується, і виступи шорсткості будуть контактувати з турбулентним ядром. На коефіцієнт Дарсі впливають як шорсткість, так і число Рейнольдса. У цій зоні можна користуватися формулою Колбрука – Уайта

$$1 / \sqrt{\lambda} = -2 \lg [(2,5 / Re \sqrt{\lambda}) + (\Delta_e / 3,7d)] \quad (4.13)$$

або Альтшуля

$$\lambda = 0,11[(68/Re) + (\Delta_e/d)]^{0,25}. \quad (4.14)$$

У квадратичній зоні (гідравлічно шорстких труб), тобто при $Re > 500d/\Delta_e$, висота в'язкого прошарку δ_v дуже мала, тому виступи шорсткості обтікаються турбулентним ядром з вихорами (рис. 4.4, б). Коефіцієнт Дарсі залежить тільки від шорсткості. Його можна обчислити за формулою Прандтля – Нікурадзе

$$\lambda = 1 / [2 \operatorname{Re}(d/\Delta_e) + 1,14]^2 \quad (4.15)$$

або Шифрінсона

$$\lambda = 0,11(\Delta_e/d)^{0,25}. \quad (4.16)$$

Формула Альтшуля (4.14) є універсальною для всіх зон турбулентного режиму. При малих значеннях Re вона перетворюється на формулу Блазіуса (4.11), при великих – на формулу Шифрінсона (4.16).

Отже, коефіцієнт Дарсі λ можна обчислити за допомогою двох формул: при ламінарному режимі – (4.2), при турбулентному – (4.14).

Коефіцієнт Дарсі при турбулентному режимі можна визначити і графічно. Для цього треба знати число Рейнольдса Re і відношення d/Δ_e . Різниця в значеннях λ , отриманих графічно і за формулою Альтшуля (4.14), становить не більше однієї-двох одиниць у третьому знаці, що цілком допустимо.

Поздовжні втрати напору залежать від швидкості й витрати рідини при ламінарному режимі в першому степені, в зоні гладких труб – у степені 1,75, у другій перехідній зоні – у степені від 1,75 до 2, у квадратичній зоні – у степені 2, тобто у квадраті, від чого й походить її назва.

У першій перехідній зоні, як зазначено вище, наперемінно існують ламінарний та турбулентний режими. Рух рідини тут вивчений ще недостатньо, тому неможливо наперед передбачити, в який момент часу і при якому режимі буде рухатися рідина. Коефіцієнт Дарсі коливається разом зі зміною режиму: при ламінарному він менший, ніж при турбулентному. Під час руху рідини в цій зоні доцільно брати для обчислень більший з цих коефіцієнтів Дарсі (тобто для турбулентного режиму). Визначити його можна за допомогою формул для гідравлічно гладких труб (4.11) або (4.12) чи за загальнішою формулою (4.14).

При використанні некруглих труб втрати напору і коефіцієнт Дарсі обчислюють за наведеними формулами, тільки замість діаметра d підставляють так званий гідравлічний діаметр $d_r = 4R$. Гідравлічний радіус R визначають за формулою (3.4). Якщо ж рідина рухається в кільцевому зазорі, то $d_e = D - d$, де D – зовнішній, а d – внутрішній діаметри зазора [3]–[8].

Приклад 4.1.1. Масло, кінематична в'язкість якого $14 \text{ см}^2/\text{с}$, протікає в трубці діаметром 25 мм . Визначте витрату, середню швидкість і максимальну швидкість, якщо втрати напору на одиницю довжини трубки дорівнюють $0,5 \text{ м/м}$.

Розв'язання. Уважаючи режим ламінарним, використаємо формулу Пуазейля:

$$Q = \pi g d^4 / (128 \nu) \times (h_l / l) = 3,14 \times 9,18 \times 0,025^4 / (128 \times 0,0014) 0,5 = 0,336 \times 10^{-4} = 33,6 \text{ (см}^3/\text{с)}.$$

Середня швидкість

$$\nu = 4Q / (\pi d^2) = 4 \times 33,6 / (3,14 \times 2,5^2) = 6,85 \text{ (см/с)}.$$

Перевіримо, чи режим справді ламінарний, визначивши число Рейнольдса:

$$Re = \nu d / \nu = 6,85 \times 2,5 / 14 = 1,22.$$

Отже, режим ламінарний і $u_{\max} = 2\nu = 2 \times 6,85 = 13,7 \text{ (см/с)}$.

Приклад 4.1.2. У трубі діаметром 150 мм протікає масло, питома маса якого 900 кг/м^3 , а кінематична в'язкість $1,6 \text{ см}^2/\text{с}$. Витрата масла 30 л/с. Перевірте, чи режим руху ламінарний, та обчисліть швидкість на осі труби і втрати тиску на одиницю довжини труби.

Розв'язання. Число Рейнольдса

$$Re = \nu d / \nu = 4Q / (\pi d \nu) = 4 \times 0,03 / (3,14 \times 0,15 \times 1,6 \times 10^{-4}) = 1592,$$

що менше від $Re_{\text{кр}} = 2300$. Отже, режим ламінарний. Середня швидкість руху

$$\nu = 4Q / (\pi d^2) = 4 \times 0,03 / (3,14 \times 0,15^2) = 1,7 \text{ (м/с)}.$$

Швидкість по осі труби – це максимальна швидкість, $u_{\max} = 2\nu = 2 \times 1,7 = 3,4 \text{ (м/с)}$.

Оскільки

$$u_{\max} = \Delta p_1 r_o^2 / (4\mu l) = \Delta p_1 d^2 / (16 \nu \rho l),$$

то

$$\Delta p_1 / l = 16 \nu \rho u_{\max} / d^2 = 16 \times 1,6 \times 10^{-4} \times 900 \times 3,4 / 0,15^2 = 348,2 \text{ (Па/м)}.$$

Приклад 4.1.3. Визначте гідравлічний коефіцієнт тертя під час руху води ($\nu = 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$) в новому чавунному трубопроводі діаметром 150 мм зі швидкістю 2 м/с.

Розв'язання. Число Рейнольдса

$$Re = \nu d / \nu = 2 \times 0,15 / 10^{-6} = 300\,000.$$

Отже, режим руху турбулентний. Для визначення зони опору беремо значення еквівалентної шорсткості, яке для нових чавунних труб $\Delta_e = 0,3$ мм. Верхня межа другої перехідної зони $500 \cdot (d/\Delta_e) = 500 \cdot (150/0,3) = 250\,000$. Оскільки $Re > 500 (d/\Delta_e)$, то використаємо формулу Шифрінсона:

$$\lambda = 0,11(\Delta_e/d)^{0,25} = 0,11(0,3/150)^{0,25} = 0,0233.$$

За формулою Прандтля – Нікурадзе:

$$\lambda = 1 / [2 \lg(d/\Delta_e) + 1,14]^2 = 1 / [2 \lg(150/0,3) + 1,14]^2 = 0,0234.$$

Приклад 4.1.4. По трубопроводу діаметром 10 см і довжиною 500 м пропускають воду в кількості 10,5 л/с при різниці тисків 100 кПа і температурі 20°. Обчисліть еквівалентну шорсткість трубопроводу.

Розв'язання. Швидкість $\nu = 4Q / (\pi d^2) = 4 \times 0,0105 / (3,14 \times 0,1^2) = 1,34$ (м/с). Оскільки

$$Re = \nu d / \nu = 1,34 \times 0,1 / 10^{-6} = 134\,000,$$

то режим руху турбулентний.

Втрати напору:

$$h_1 = (p_1 - p_2) / (\rho g) = \Delta p_1 / (\rho g) = 100\,000 / (1\,000 \times 9,81) = 10,2 \text{ м.}$$

Гідравлічний коефіцієнт тертя обчислюємо за формулою Дарсі – Вайсбаха

$$h_1 = \lambda [(l/d) \times (\nu^2/2g)],$$

звідки

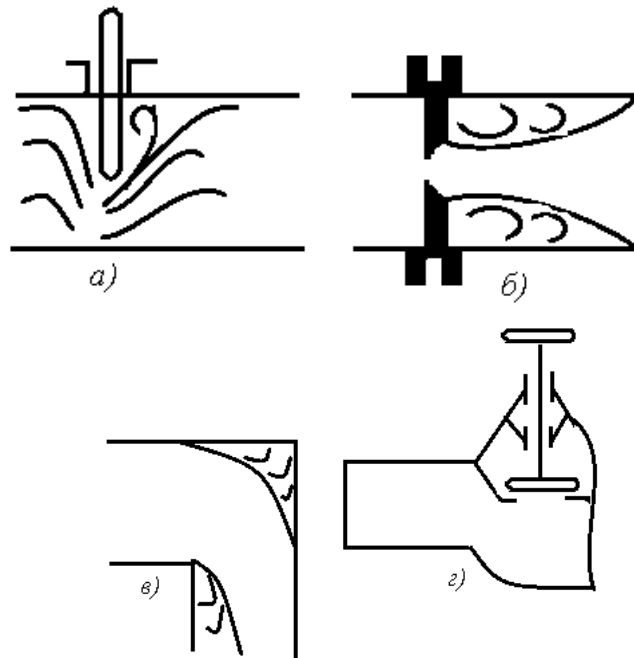
$$\lambda = 2gh_1d / (l\nu^2) = 2 \times 9,81 \times 10,2 \times 0,1 / (500 \times 1,34^2) = 0,0223.$$

Формула Альтшуля (4.14) підходить для всіх трьох зон турбулентного режиму. З неї

$$\Delta_e = d[(\lambda/0,11)^4 - 68/Re] = 100 \cdot [(0,0223/0,11)^4 - 68 / 134\,000] = 0,12 \text{ (мм)}.$$

4.2 Місцеві опори

На місцевих гідравлічних опорах унаслідок зміни конфігурації потоку на коротких ділянках змінюються швидкості руху рідини за значенням і напрямком та утворюються вихори. Це й є причиною місцевих втрат напору. Місцевими опорами є розширення та звуження русла, поворот, розгалуження вентилів, засувка, кран тощо (рис. 4.5) [3]–[5].



а – засувка; б – діафрагма; в – поворот; г – вентиль

Рисунок 4.5 – Місцеві гідравлічні опори

Втрати напору на місцевих опорах визначають за допомогою формули Вейсбаха

$$h_{\text{м}} = \xi(v^2/2g), \quad (4.17)$$

де ξ – коефіцієнт місцевого опору;

v – середня швидкість після місцевого опору, іноді – до опору.

Використовують також формулу (4.1) у вигляді

$$h_{\text{м}} = \lambda (l_e / d) \times (v^2 / 2g),$$

де l_e – еквівалентна довжина місцевих опорів, тобто довжина трубопроводу, втрати напору в якому такі самі, як і на місцевих опорах.

При турбулентному режимі коефіцієнт ξ залежить в основному від різновиду опору, а при ламінарному – також від числа Рейнольдса. Для

всіх місцевих опорів цей коефіцієнт визначають експериментально. Лише для різкого розширення (рис. 4.6) теоретично вивели формулу Борда

$$h_{pp} = (\nu_1 - \nu_2)^2 / 2g, \quad (4.18)$$

де ν_1, ν_2 – швидкості рідини перед і після різкого розширення.

Формулу (4.18) можна записати так:

$$h_{pp} = (1 - S_1 / S_2)^2 \times \nu_1^2 / 2g = (S_2 / S_1 - 1)^2 \times \nu_2^2 / 2g. \quad (4.18, a)$$

При цьому для швидкості $\nu_1 - \xi_{pp} = (1 - S_1/S_2)^2$, для $\nu_2 - \xi_{pp} = (S_2/S_1 - 1)$.

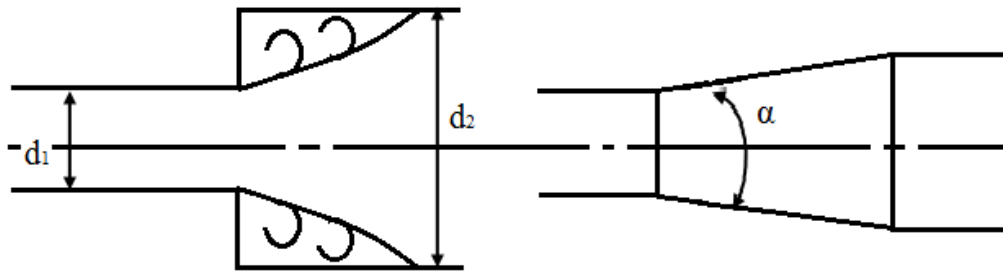


Рисунок 4.6 – Різде розширення потоку рідини

Під час руху рідини із труби в резервуар виникає різке розширення потоку, при якому $\nu_2 = 0$, оскільки площа резервуара велика. Для цього випадку, тобто для входу в резервуар,

$$h_{bx} = \nu_1^2 / 2g, \text{ а } \xi_{bx} = 1. \quad (4.19)$$

Для зменшення втрат напору труби різного діаметра з'єднують їх конічною вставкою – дифузором (див. рис. 4.6). Найменші втрати напору будуть, якщо дифузор має кут між стінками 6° , при цьому $\xi = 0,15$.

Для різкого звуження (рис. 4.7) при $d_2 < 0,5d_1$ можна використати емпіричну формулу Ідельчика

$$\xi_{pz} = (1 - S_2/S_1), \quad (4.20)$$

а при $d_2 > 0,5d_1$ – формулу Альтшуля

$$\xi_{pz} = (1/\varepsilon - 1)^2, \quad (4.21)$$

де $\varepsilon = 0,57 + [0,043 / (1,1 - n)]$ – коефіцієнт стиснення;

n – ступінь стиснення; $n = S_2 / S_1 = (d_2 / d_1)^2$.

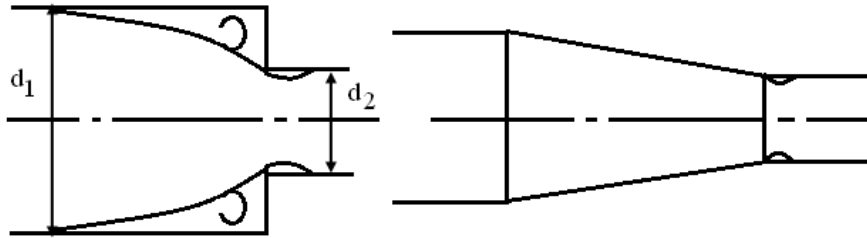


Рисунок 4.7 – Різке та плавне звуження

Вихід рідини із резервуара з дуже великим діаметром d_1 в трубу є різким звуженням. Тоді з формули (4.20) $\xi_{\text{вих}} = 0,5$.

Ділянка з плавним звуженням називається конфузором (див. рис. 4.7). Найменше значення коефіцієнта місцевого опору для нього $\xi = 0,1$.

При числах Рейнольдса, менше 10 000, коефіцієнт місцевого опору обчислюють за формулою Альтшуля

$$\xi' = A / Re + \xi, \quad (4.22)$$

де ξ визначається як указано вище;

A – коефіцієнт.

При дуже малих значеннях Re рідина протікає через місцеві опори без відриву і

$$\xi' = A/Re. \quad (4.23)$$

Приклад 4.2.1. Різниця рівнів ртуті в диференціальному манометрі, трубки якого підключені безпосередньо перед і за засувкою (рис. 4.8), $h = 50$ мм. Діаметр трубопроводу – 100 мм, витрата води в ньому – 15,7 л/с. Визначте коефіцієнт опору засувки.

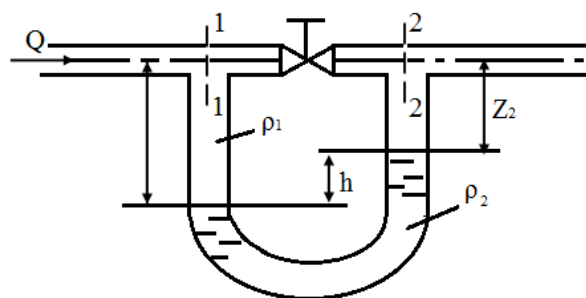


Рисунок 4.8 – Схема до прикладу 4.2.1

Розв'язання. Втрати напору в місцевому опорі

$$h_m = \xi (v^2 / 2g),$$

де ξ – коефіцієнт місцевого опору.

Звідси

$$\xi = 2gh_m / v^2 \text{ або } \xi = \pi^2 gh_m d^4 / (8Q^2),$$

оскільки $v = 4Q/(\pi d^2).$

Рівняння рівноваги ртуті в манометрі таке:

$$p_1 + \rho_1 g z_1 = p_2 + \rho_1 g z_2 + \rho_2 g h;$$

Звідси

$$(p_1 - p_2) / (\rho_1 g) = (\rho_2 / \rho_1) h - (z_1 - z_2) = h(\rho_2 / \rho_1 - 1) = h_m.$$

Отже,

$$\begin{aligned} \xi &= [\pi^2 g (\rho_2 / \rho_1 - 1) d^4] / 8Q^2 = \\ &= [3,14^2 \cdot 9,81(13\,600/1\,000 - 1) \cdot 0,1^4] / 8 \cdot 0,0157^2 = 3,09. \end{aligned}$$

Приклад 4.2.2. Горизонтальну трубу діаметром 0,1 м раптово змінює труба діаметром 0,15 м. Витрата води становить 30 л/с. Визначте місцеві втрати напору на раптове розширення; втрати напору при зворотній течії води (раптове звуження) і коефіцієнти місцевого опору в обох випадках.

Розв'язання. Використовуємо формулу Борда

$$h_{pp} = (v_1 - v_2)^2 / 2g,$$

для якої обчислюємо:

$$\begin{aligned} v_1 &= 4Q / \pi d_1^2 = (4 \times 0,03) / (3,14 \times 0,1^2) = 3,82 \text{ (м/с)}; \\ v_2 &= 4Q / \pi d_2^2 = (4 \times 0,03) / (3,14 \times 0,15^2) = 1,7 \text{ (м/с)}. \end{aligned}$$

Тоді

$$h_{pp} = (3,82 - 1,7)^2 / (2 \times 9,81) = 0,229 \text{ (м)}.$$

Якщо винести $v_1^2 / 2g$ за дужки, то

$$\begin{aligned} h_{pp} &= (1 - v_2/v_1)^2 \times (v_1^2/2g) = (1 - S_1/S_2)^2 \times (v_1^2/2g) = \\ &= [1 - (d_1/d_2)^2]^2 \times v_1^2/2g. \end{aligned}$$

Позначимо вираз у квадратних дужках через ξ_{pp} . Тоді

$$\xi_{pp} = [1 - (0,1/0,15)^2]^2 = 0,309,$$

або

$$\xi_{pp} = 2g h_{pp} / \nu_1^2 = (2 \times 9,81 \times 0,229) / 3,82^2 = 0,308.$$

При раптовому звуженні

$$h_{pz} = (1/\varepsilon - 1)^2 \times (\nu_1^2 / 2g),$$

де $\varepsilon = 0,57 + [(0,043 / (1,1 - n))]$; n – ступінь стиснення;

$$n = S_1 / S_2 = (d_1/d_2)^2 = (0,1 / 0,15)^2 = 0,444.$$

У цьому випадку при зворотній течії перерізи 1–1 і 2–2 поміняються місцями (див. рис. 4.6 і 4.7), тому індекси 1 і 2 усіх параметрів також треба поміняти. Тоді коефіцієнт стиснення

$$\varepsilon = 0,57 + [0,043 / (1,1 - 0,444)] = 0,636 ,$$
$$\text{а } h_{pz} = (1 / 0,636 - 1)^2 \times 3,82^2 / (2 \cdot 9,81) = 0,244.$$

Коефіцієнт опору

$$\xi_{pz} = (1 / 0,636 - 1)^2 = 0,328.$$

Приклад 4.2.3. Наприкінці мазутопроводу діаметром 0,15 м є засувка Лудло. Витрата рідини питомою масою 900 кг/м³ і в'язкістю 10⁻⁴ м²/с становить 40 л/с. Обчисліть коефіцієнт опору засувки при ступені її відкриття 0,75.

Розв'язання. Оскільки рідина в'язка, то спочатку визначимо число Рейнольдса:

$$Re = 4Q / (\pi d \nu) = (4 \times 0,04) / (3,14 \times 0,15 \times 10^{-4}) = 3\,997.$$

При $Re < 10^4$ коефіцієнт опору

$$\xi' = A / Re + \xi_{..}$$

При ступені відкриття засувки 0,75 $\xi = 0,2$, а коефіцієнт $A = 350$. Тоді $\xi' = 350 / 3\,997 + 0,2 = 0,303$.

4.3 Задачі для смостійного розв'язування

4.3.1 Вода в кількості 12 л/с протікає через трубопровід діаметром 125 мм і довжиною 1 000 м. Обчисліть поздовжні втрати напору за умови, що температура води 20°C, еквівалентна шорсткість трубопроводу – 0,1 мм.

4.3.2 Визначте гідравлічний коефіцієнт тертя під час руху води в чавунному новому трубопроводі діаметром 200 мм ($\Delta_e = 0,3$ мм) зі швидкістю 2 м/с ($t = 20$ °C).

4.3.3 Визначте витрату гасу в гладкій горизонтальній трубі довжиною 40 м, діаметром 40 мм при різниці тисків у початковому і кінцевому перерізах труби 0,16 МПа. В'язкість гасу – 0,02 см²/с, питома вага – 800 кг/м³.

4.3.4 Під час перекачування води по новому сталевому трубопроводу діаметром 300 мм отримали значення гідравлічного коефіцієнта тертя 0,017. Обчисліть еквівалентну шорсткість трубопроводу (за допомогою формули для квадратичної зони опору).

4.3.5 Визначте втрати тиску під час руху нафти (питома маса – 86 кг/м³) по трубі діаметром 50 мм і довжиною 1 км, якщо швидкість руху 0,3 м/с. Динамічна в'язкість нафти – 0,017 Па·с.

4.3.6 У круглоциліндричній сталевій трубі діаметром 120 мм з шорсткістю стінок 0,04 мм і довжиною 500 м протікає гас при температурі 15°C ($\nu = 0,027$ см²/с) з витратою 6 л/с. Визначте режим руху гасу в трубі та поздовжні втрати напору.

4.3.7 По трубопроводу діаметром 500 мм і довжиною 500 м протікає вода при температурі 50 °C. Труби сталеві, були в експлуатації ($\Delta_e = 0,15$ мм). Витрата води 600 л/с. Залежність в'язкості від температури

$$\mu = 0,0179 / (1 + 0,0368t + 0,000221t^2).$$

Обчисліть втрати напору.

4.3.8 Вода протікає по кільцевому каналу довжиною 300 м, утвореному двома концентричними сталевими трубами ($\Delta_e = 0,15$ мм). Витрата води – 7,5 л/с, температура – 10 °C. Внутрішній діаметр зовнішньої труби – 100 мм, зовнішній діаметр внутрішньої труби – 75 мм. Якими будуть втрати напору на тертя?

4.3.9 Похила водопровідна труба (рис. 4.9) раптово розширюється з $d_1 = 5$ см до $d_2 = 10$ см. Визначте витрату води, що протікає, якщо відмітки вільної поверхні в п'єзометричних трубках дорівнюють $z_1 + p_1/(\rho g) = 0,4$ і $z_2 + p_2/(\rho g) = 0,7$ м. Урахувати тільки місцеві втрати напору.

4.3.10 Для визначення втрат тиску на фільтрі підключені манометри (рис. 4.10). Під час пропускання через фільтр рідини, витрата якої 1 л/с, тиски відповідно дорівнюють $p_1 = 100$ і $p_2 = 120$ кПа. Якою буде втрата

тиску у фільтрі, якщо діаметри трубок $d_1 = 10$ і $d_2 = 20$ мм, а питома маса рідини $\rho = 900$ кг/м³?

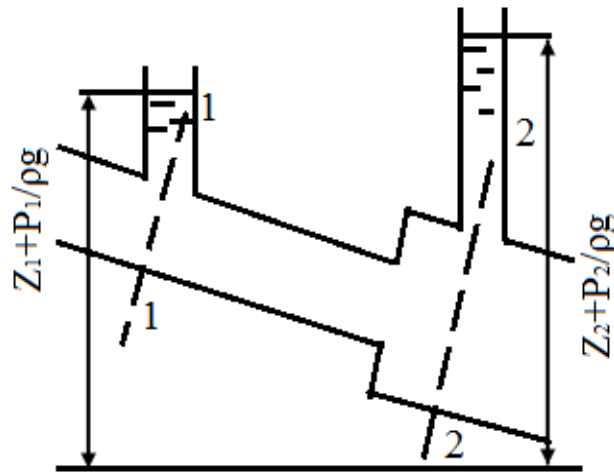


Рисунок 4.9 – Схема до задачі 4.3.9

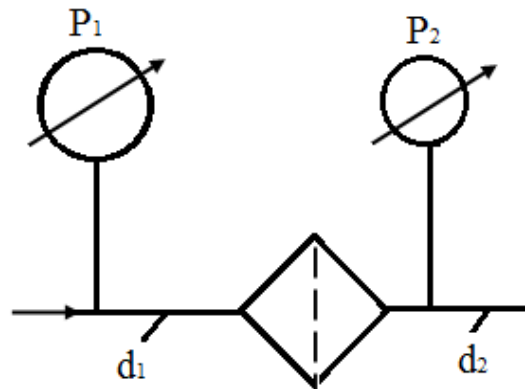


Рисунок 4.10 – Схема до задачі 4.3.10

4.3.11 У гідросистемі з витратою масла 0,628 л/с паралельно до фільтра встановлено переливний клапан, який відкривається при перепаді тиску 200 кПа (рис. 4.11). Визначте динамічну в'язкість, при якій клапан почне відкриватися, якщо коефіцієнт опору фільтра $\xi_\phi = A/Re$, де $A = 2\,640$, а Re обчислюють за діаметром труби 20 мм. Питома маса рідини – 850 кг/м³. Указівка: при паралельному з'єднанні труб втрати тиску однакові, тобто $\Delta p = \xi_\phi(\rho v_1^2)/2 = \xi_k(\rho v_2^2)/2$ (поздовжніми втратами нехтуємо). Перед відкриттям клапана вся витрата проходить через фільтр.

4.3.12 Для підвищення надлишкового тиску в трубопроводі діаметром $d = 100$ мм встановлено дросельну діафрагму діаметром $d_o = 50$ мм. Обчисліть втрати тиску в діафрагмі, якщо швидкість руху повітря в трубі 20 м/с, температура 20°C. Указівка: якщо в трубі незмінного діаметра є діафрагма, то формула (4.21) набуде вигляду

$$\xi = (1/\varepsilon - 1)^2,$$

де $n = (d_o/d)_2$.

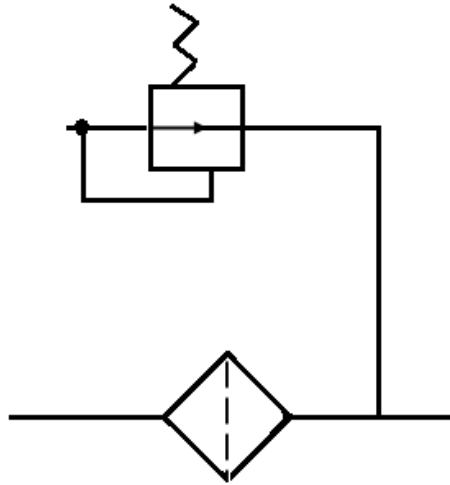


Рисунок 4.11 – Схема до задачі 4.3.12

4.3.13 Визначте втрати тиску під час руху масла в радіаторі, якщо його витрата становить $2 \times 10^{-4} \text{ м}^3/\text{с}$. Діаметр колектора радіатора $d_p = 30 \text{ мм}$, діаметр трубок $d = 10 \text{ мм}$, їхня довжина – 1 м, кількість – чотири (рис. 4.12). Питома маса масла – $900 \text{ кг}/\text{м}^3$, кінематична в'язкість – $6,5 \times 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$. Указівка: втрати на вхід і вихід з колектора обчислювати за формулою (4.22).

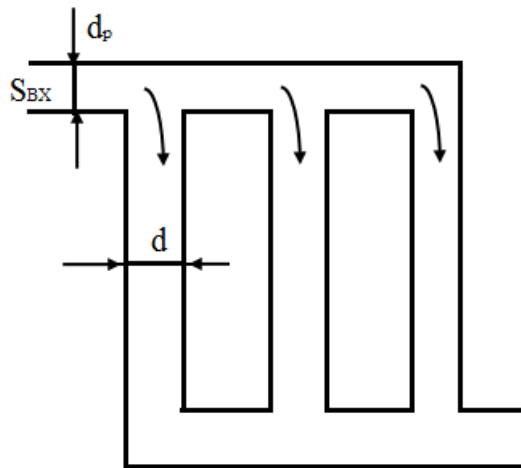


Рисунок 4.12 – Схема до задачі 4.3.13

4.3.14 Визначте витрату води, що витікає з труби діаметром 16 мм через дифузор і тече по трубі діаметром 20 мм у бак (рис. 4.13). Коефіцієнт опору дифузора 0,2 (віднесений до швидкості в трубі d_1); показ манометра – 20 мПа; $h = 0,5 \text{ м}$; $H = 5 \text{ м}$. Урахувати втрати на вхід у бак. Поздовжніми втратами знехтувати, режим вважати турбулентним.

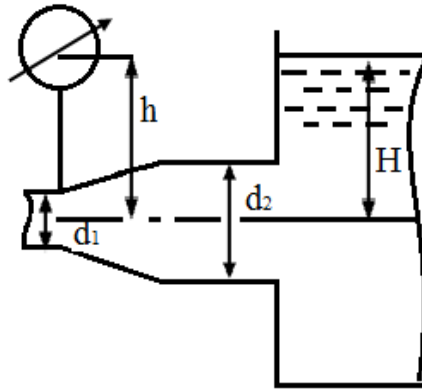


Рисунок 4.13 – Схема до задач 4.3.14

4.3.15 Визначте напір насоса 1 системи охолодження водою автомобільного двигуна (рис. 4.14) за таких умов: подача – 3,9 л/с; коефіцієнти опору блока циліндрів 4 $\xi_1 = 3,5$; термостата 3 $\xi_2 = 2,5$; радіатора 2 $\xi_3 = 4$; шланга від радіатора до насоса $\xi_4 = 2$. Усі коефіцієнти віднесені до швидкості в шланзі діаметром 40 мм. Чому дорівнюватиме абсолютний тиск перед входом у насос при вакуумі у верхній частині радіатора 1 000 Па? Висота $H = 0,4$ м; атмосферний тиск – 750 мм рт. ст.

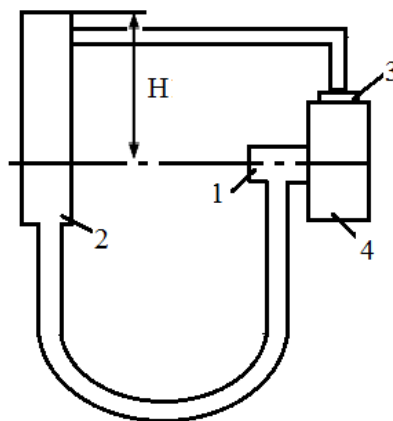


Рисунок 4.14 – Схема до задачі 4.3.15

4.3.16 Обчисліть коефіцієнт опору дросельної шайби у відгалуженні повітропроводу для забезпечення швидкості в ньому 6 м/с за таких умов: довжина відгалуження – 20 м, його діаметр – 200 мм, початковий тиск (у магістралі) – 80 Па. Абсолютна еквівалентна шорсткість труби – 0,2 мм, питома маса повітря – 1,2 кг/м³.

4.3.17 Вода в кількості 8,6 л/с перетікає з лівого резервуара в правий по трубопроводу, який складається з послідовно з'єднаних коротких труб (рис. 4.15). Діаметри труб $d_1 = 100$ і $d_2 = 60$ мм, висота $H = 3$ м. Нехтуючи поздовжніми втратами напору, визначте коефіцієнт опору вентиля.

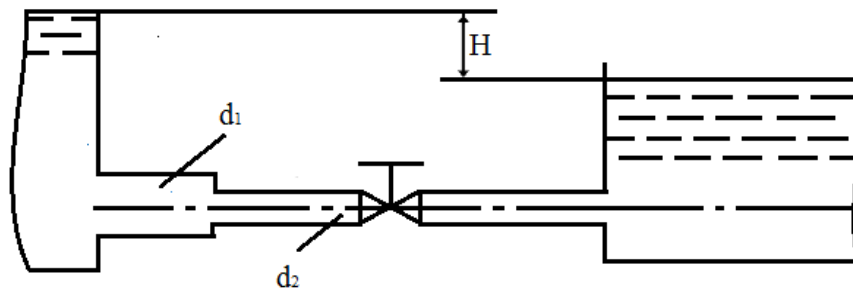


Рисунок 4.15 – Схема до задачі 4.3.17

4.3.18 У сталевому трубопроводі діаметром 12,5 мм і довжиною 100 м тече вода зі швидкістю 0,5 м/с. Температура води – 50 °С. На трубопроводі є два повороти під кутом 90° і пробковий кран. Обчисліть сумарні втрати тиску (абсолютна еквівалентна шорсткість – 0,05 мм).

Питання для самоперевірки

- 1 Що таке гідравлічні опори?
- 2 Наведіть формулу Дарсі – Вайсбаха.
- 3 Яким чином обчислюють коефіцієнт Дарсі при ламінарному режимі?
- 4 Коли виникає пульсація швидкостей і тисків?
- 5 Коли неусталений рух зводиться до квазіусталеного?
- 6 Від чого залежить коефіцієнт кінетичної енергії?
- 7 Наведіть формулу Альтшуля.
- 8 Чи можливо визначити коефіцієнт Дарсі при турбулентному режимі графічно?
- 9 Поздовжні втрати напору залежать від швидкості й витрати рідини при ламінарному режимі?
- 10 Що є причиною місцевих втрат напору?
- 11 Що є місцевими опорами?
- 12 Як визначають втрати напору на місцевих опорах?
- 13 При якому куті між стінками дифузора будуть найменші втрати напору?
- 14 При великому діаметрі труби яким буде вихід рідини із резервуара?

5 ГІДРАВЛІЧНИЙ РОЗРАХУНОК ТРУБОПРОВІДІВ

5.1 Класифікація трубопроводів

Залежно від з'єднання окремих ділянок трубопроводи бувають прості та складні. Прості трубопроводи складаються з однієї нитки труб без бокових гілок. Складний трубопровід містить декілька простих, з'єднаних послідовно, паралельно або розгалужених у різних комбінаціях. Складні трубопроводи поділяють на тупикові (незамкнені) та кільцеві (замкнені).

Залежно від кількості місцевих опорів розрізняють короткі й довгі трубопроводи. У короткому трубопроводі втрати напору від місцевих опорів становлять понад 8 % від поздовжніх, у довгому – менше 8 %.

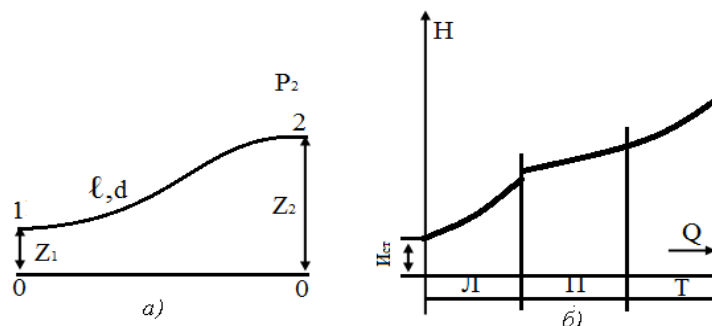
Залежно від джерела енергії руху рідини трубопроводи бувають насосні (рідину переміщує насос) та самотливні (рідина рухається завдяки власній вазі з резервуара, розташованого вище).

Трубопроводи розрізняють також за призначенням – для перекачування різних рідин, газів, пульпи.

Для гідравлічного розрахунку трубопроводів використовують рівняння суцільності витрати та Бернуллі, формули для визначення числа Рейнольдса, коефіцієнта Дарсі, поздовжніх та місцевих втрат напору [1]–[3].

5.2 Розрахунок простого трубопроводу

Схема простого трубопроводу зі сталим діаметром показана на рисунку 5.1. Для його розрахунку вибирають перерізи, в яких починається та закінчується рух рідини. Потім позначають умовну горизонтальну площину порівняння $O-O$. Для перерізів 1 і 2 записують рівняння Бернуллі й аналізують усі величини, що є в ньому.



А – ламінарний режим; II – перша перехідна зона;

Т – турбулентний режим

Рисунок 5.1 – Схема та характеристика простого трубопроводу

У цьому випадку $v_1 = v_2$. Після перетворень з урахуванням виконаного аналізу отримують вираз для напору на початку трубопроводу, потрібного для руху рідини:

$$H_{\text{п}} = p_1 / \rho g = z_2 - z_1 + (p_2 / \rho g) + \Sigma h_{1-2} = H_{\text{СТ}} + \Sigma h_{1-2}, \quad (5.1)$$

де $H_{\text{СТ}} = \Delta z + (p_2 / \rho g)$ – статичний напір, значення якого не залежить від витрати рідини;

Σh_{1-2} – сума втрат напору в трубопроводі, що залежить від витрати рідини,

$$\begin{aligned} \Sigma h_{1-2} &= h_l + \Sigma h_M = \lambda(l/d) \times (v^2/2g) + \Sigma \xi (v^2/2g) = \\ &= [\lambda(l/d) + \Sigma \xi] \times (8Q^2/\pi^2 g d^4). \end{aligned} \quad (5.2)$$

Залежність потрібного напору від витрати рідини називається характеристикою трубопроводу (див. рис. 5.1). Користуючись нею, для будь-якої витрати можна визначити потрібний напір або, навпаки, для заданого потрібного напору обчислити витрату рідини.

Як бачимо на рисунку 5.1, під час переходу від ламінарного режиму до перехідної зони відбувається стрибок напору. Це пояснюється різкою зміною коефіцієнта Дарсі, який у перехідній зоні доцільно визначати за формулами для турбулентного режиму.

Простими є також трубопроводи, з'єднані послідовно (рис. 5.2). Їх описують такі рівняння:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3; \quad h_{\text{MN}} = h_1 + h_2 + h_3. \quad (5.3)$$

Потрібний напір у точці М:

$$H_{\text{М}} = p_{\text{М}}/\rho g + \alpha_{\text{М}} v_{\text{М}}^2/2g = \Delta z_{\text{NM}} + p_{\text{N}}/\rho g + \alpha_{\text{N}} v_{\text{N}}^2/2g + \Sigma h_{\text{MN}}. \quad (5.4)$$

Характеристика з'єднання, що на рисунку 5.2 показана для випадку $H_{\text{СТ}} = 0$, надає змоги визначити втрати напору як в окремих гілках, так і в цілому трубопроводі за будь-яких витрат рідини. Нижче наведено основні завдання гідравлічного розрахунку простого трубопроводу.

По-перше, визначити потрібний напір, за яким можна вибрати насос. Усі дані для розрахунку відомі або їх можна взяти з довідників. Задачу розв'язують за допомогою рівнянь (5.1) або (5.4).

По-друге, якщо всі дані відомі, знайти витрату. У цьому випадку, швидкість невідома, тому коефіцієнт Дарсі визначити неможна. Задачу розв'язують методом послідовних наближень або графічно.

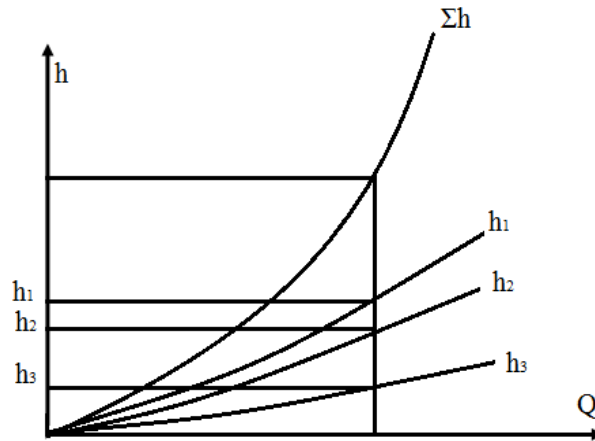


Рисунок 5.2 – Послідовне з'єднання простих трубопроводів

Спочатку задають λ , наприклад, $\lambda = 0,02$. З рівнянь (5.1), (5.2), (5.4) визначають швидкість, потім Re , уточнюють λ й обчислюють нове значення швидкості. Якщо різниця швидкостей у першому і другому наближеннях велика, то виконують третє наближення і наступні, доки різниця між швидкостями стане малою, тобто меншою від заданої точності розрахунку, наприклад 1 %. Для графічного розв'язування задачі треба побудувати характеристику трубопроводу, тобто три-п'ять разів розв'язати першу задачу, а потім за характеристикою для заданого напору визначити витрати.

По-третє, обчислити діаметр трубопроводу, якщо відомі всі інші параметри. Найліпшим способом розв'язування цієї задачі є графічний. Задають низку стандартних значень внутрішніх діаметрів і обчислюють для них потрібний напор. Будують графік залежності H_n від d і за заданим напором (за допомогою кривої) визначають діаметр. Потім беруть найближчий більший стандартний діаметр і уточнюють H_n [4]–[6].

Приклад 5.2.1. Визначте напір, який потрібно створити на початку трубопроводу для подачі в бак води в'язкістю 8×10^{-3} см²/с (рис. 5.3). Довжина трубопроводу – 80 м, його діаметр – 100 мм, витрата води – 15 л/с, висота $H_r = 15$ м, тиск у баці – 200 кПа, коефіцієнт опору крана $\xi_1 = 5$, коліна $\xi_2 = 0,8$, шорсткість стінок труб – 0,04 мм.

Розв'язання. Вибравши перерізи 1–1 і 2–2, а також положення умовної горизонтальної площини порівняння $O-O$, аналізуємо рівняння Бернуллі для умов цієї задачі: p_1 – тиск невідомий, $v_1 = v_m = v$ – швидкість у перерізі 1–1 дорівнює швидкості в трубах (позначимо її буквою v без індекса), $z_1 = 0$. Для другого перерізу тиск заданий, $z_2 = H_r$, $v_2 = 0$, оскільки бак має велику площу. Втрати напору обчислимо за формулою (5.2)

$$\Sigma h_{1-2} = [\lambda(l/d) + \xi_1 + 4\xi_2 + \xi_3] \times (8Q^2/\pi^2 g d^4).$$

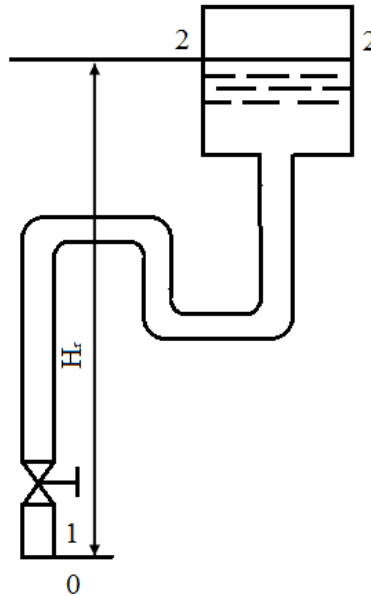


Рисунок 5.3 – Схема до прикладу 5.2.1

Отже,

$$H_{\pi} = (p_1/\rho g) + v^2/2g = p_2/\rho g + H_T + [\lambda(l/d) + \xi_1 + 4\xi_2 + \xi_3] \times (8Q^2/\pi^2 g d^4).$$

У цьому рівнянні всі значення, крім λ , відомі. Число Рейнольдса

$$Re = 4Q / (\pi d v) = (4 \times 0,015) / (3,14 \times 0,1 \times 8 \times 10^{-7}) = 238\,732.$$

Режим руху турбулентний. Зону опору визначаємо з формули

$$500(d/\Delta_e) = 500 \cdot (100/0,04) = 1\,250\,000; \quad 10(d/\Delta_e) = 10 \cdot (100/0,04) = 25\,000.$$

Оскільки $10(d/\Delta_e) < Re < 500(d/\Delta_e)$, то зона опору друга перехідна і гідравлічний коефіцієнт тертя

$$\lambda = 0,11[(68/Re) + (\Delta_e/d)]^{0,25} = 0,11[(68/238\,732) + (0,04/110)]^{0,25} = 0,0178.$$

Підставивши в рівняння всі відомі значення, отримаємо:

$$H_{\pi} = 200\,000 / (1\,000 \times 9,81) + 15 + [0,0178 \cdot (80/0,1) + 5 + (4 \times 0,8) + 1] \times (8 \times 0,015^2) / (3,14^2 \times 9,81 \times 0,1^4) = 39,7 \text{ (м)}.$$

Приклад 5.2.2. Сталевий трубопровід ($d = 150$ мм) з'єднує два резервуари зі сталими рівнями $H_1 = 12$ і $H_2 = 2$ м (рис. 5.4).

У трубопроводі довжиною 45 м є один поворот на 90° , установлена засувка, відкрита наполовину. Обчисліть витрату води при температурі 20°C .

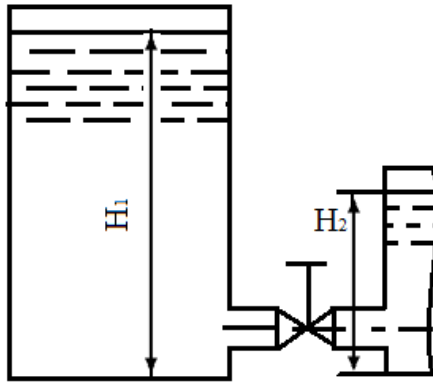


Рисунок 5.4 – Схема до прикладу 5.2.2

Розв'язання. Аналізування величин, що є в рівнянні Бернуллі, дає:

$$p_1 = p_2 = p_{\text{атм}}; \quad z_1 = H_1; \quad z_2 = H_2; \quad v_1 = v_2 = 0;$$

$$h = [\lambda (l/d) + \Sigma \xi] \times v^2 / 2g.$$

Перетворивши це рівняння, отримаємо:

$$H_1 - H_2 = h = [\lambda (l/d) + \Sigma \xi] v^2 / 2g.$$

Звідки

$$v = \sqrt{2gh / [\lambda(l/d) + \Sigma \xi]}; \quad Q = \pi d^2 / 4 \sqrt{2gh / [\lambda(l/d) + \Sigma \xi]},$$

де

$$\Sigma \xi = \xi_{\text{вх}} + \xi_{\text{пов}} + \xi_{\text{зас}} + \xi_{\text{вих}};$$

де $\xi_{\text{вх}} = 0,5$ – коефіцієнт опору на вході з резервуара;

$\xi_{\text{пов}} = 1,5$ (поворот на 90° або пряме коліно);

$\xi_{\text{зас}} = 3$ – коефіцієнт опору засувки, відкритої наполовину;

$\xi_{\text{вих}} = 1$ – коефіцієнт опору на виході в резервуар.

Отже, $\Sigma \xi = 6$.

Оскільки число Рейнольдса визначити не можна, то приймаємо зону квадратичного опору. При $\Delta_e = 0,15$ мм (труби сталеві, з незначною корозією)

$$\lambda = 0,11(\Delta_e / d)^{0,25} = 0,11(0,15 / 150)^{0,25} = 0,0196.$$

Тоді в першому наближенні

$$Q = (3,14 \times 0,15^2) / 4 \sqrt{(2 \times 9,81 \times 10) / [0,0196 \times (45 / 0,15) + 6]} = 0,0718 \text{ м}^3/\text{с} = 71,8 \text{ (л/с)}.$$

Тепер обчислимо

$$Re = 4Q / (\pi d \nu),$$

де $\nu = 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ – кінематична в'язкість води. Звідси

$$Re = (4 \times 0,0718) / (3,14 \times 0,15 \times 10^{-6}) = 609\,767.$$

Оскільки $Re > 500(d/\Delta_e) = 500(150 / 0,15) = 500\,000$, то зона опору квадратична і друге наближення непотрібне. Отже, $Q = 71,8 \text{ л/с}$.

Приклад 5.2.3. Визначте мінімально можливий діаметр всмоктувального трубопроводу при подачі насоса 1 л/с, висота всмоктування $H_{\text{вс}} = 2,5 \text{ м}$ (рис. 5.5), довжина трубопроводу – 3 м, шорсткість труби – 0,08 мм; коефіцієнт опору вхідного фільтра – 5, максимально допустимий вакуум перед входом у насос – 80 кПа; в'язкість робочої рідини $0,01 \text{ см}^2/\text{с}$, питома маса – $1\,000 \text{ кг/м}^3$.

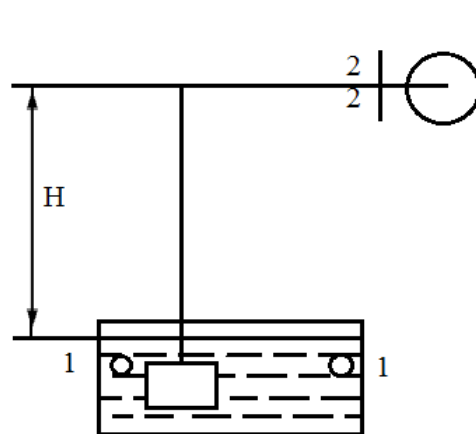


Рисунок 5.5 – Схема до прикладу 5.2.3

Розв'язання. З рівняння Бернуллі для перерізів 1–1 і 2–2 відносно площини порівняння $O-O$ по поверхні рідини в резервуарі:

$$p_{\text{ат}}/\rho g = (p_2/\rho g) + H_{\text{вс}} + (v^2/2g) \times [\xi_{\text{ф}} + \lambda(l/d)] + (v^2/2g)$$

або

$$(p_{\text{ат}} - p_2) / \rho g = h_{\text{вак}} = H_{\text{вс}} + (v^2/2g) \times [1 + \xi_{\text{ф}} + \lambda(l/d)].$$

Звідси

$$p_{\text{вак}} = \rho g H_{\text{вс}} + (\rho v^2 / 2) \times [1 + \xi_{\phi} + \lambda(l/d)]$$

або

$$p_{\text{вак}} = \rho g H_{\text{вс}} + [8\rho Q^2 / (\pi^2 d^4)] \times [1 + \xi_{\phi} + \lambda(l/d)].$$

Підставивши числові значення, отримаємо:

$$80\,000 = 1\,000 \times 9,81 \times 2,5 + (8 \times 0,001^2 \times 1\,000) / (3,14^2 \times d^4) \times [1 + 6 + 0,02(3/d)],$$

де попередньо прийнято, що $\lambda = 0,02$.

Після обчислень $68\,370\,164\,d^4 = (0,06/d) + 7$. Рівняння розв'язуємо методом підбору. У нашому випадку при $d = 0,0196$ м ліва і права частини рівняння приблизно однакові. Отже, у першому наближенні $d = 19,6$ мм.

Перевіримо режим руху:

$$Re = vd/\nu = 4Q/(\pi d\nu) = (4 \times 0,001) / (3,14 \times 0,0196 \times 10^{-6}) = 64\,994$$

– режим турбулентний.

Уточнимо зону опору:

$$10(d/\Delta_e) = 10(19,6 / 0,08) = 2\,400; 500(d/\Delta_e) = 500(19,6 / 0,08) = 120\,000.$$

Оскільки $10(d/\Delta_e) < Re < 500(d/\Delta_e)$, то зона опору друга перехідна і

$$\lambda = 0,11[(68/Re) + (\Delta_e/d)]^{0,25} = 0,11[(0,68/64\,994) + (0,08/196)]^{0,25} = 0,0294.$$

$$\text{Тоді } 68\,370\,164\,d^4 = (0,0882/d) + 7.$$

Рівність виконується при $d = 20,2$ мм.

Отже, мінімальний діаметр труби – 20,2 мм. Відповідно до стандарту можна використати декілька труб. Наприклад, трубу з зовнішнім діаметром 25 мм і товщиною стінки 2,5 мм або з зовнішнім діаметром 28 мм і товщиною стінки 4 мм.

5.3 Нестационарний рух рідини в трубопроводі. Гідравлічний удар

Під час нестационарного руху рідини в трубопроводі, тобто під час руху з прискоренням, у ній діє інерційний напір h_i , який для труби сталого діаметра обчислюють за формулою

$$h_i = a(l/g), \quad (5.5)$$

де a – прискорення рідини;

l – довжина трубопроводу.

Рівняння Бернуллі в цьому випадку має вигляд

$$z_1 + p_1/\rho g + \alpha_1 v_1^2/2g = z_2 + p_2/\rho g + \alpha_2 v_2^2/2g + h_{1-2} + h_i. \quad (5.6)$$

При додатному прискоренні (розгоні потоку) напор h_i також додатний, тобто повний напор (уздовж потоку) зменшується. При від'ємному прискоренні (гальмуванні потоку) напор h_i від'ємний, тобто повний напір уздовж потоку збільшується.

Якщо швидкість руху рідини в трубопроводі змінюється раптово, то виникає коливальний процес – різкі підвищення і зниження тиску з поступовим зменшенням його амплітуди. Це явище називається гідравлічним ударом. Він може бути наслідком різкого відкривання або закривання крана, засувки, зупинки насоса.

Теорію та метод розрахунку гідравлічного удару розробив видатний російський учений М. Є. Жуковський. Він дійшов висновку, що (при швидкому закриванні засувки в трубопроводі) рух рідини перед нею раптово зупиняється, і кінетична енергія рухомого потоку переходить у потенціальну, що приводить до збільшення тиску. Під дією цього тиску рідина стискається, а труба розширюється. Велике збільшення тиску може призвести до руйнування труб. Від засувки підвищення тиску поширюється трубопроводом зі швидкістю ударної хвилі C . Після підвищення тиску в усій трубі рідина стане рухатися у зворотному напрямку до початку труби і тиск у ній зменшиться. Час проходження ударної хвилі в прямому і зворотному напрямках називається фазою гідравлічного удару. Надалі в зону зменшеного тиску знову піде рідина від початку труби і тиск знову збільшиться, але менше, ніж у першому випадку. Поступово цей коливальний процес згасне. При раптовій зупинці насоса рідина за інерцією деякий час буде рухатися і в трубопроводі тиск зменшиться. Згодом почнеться зворотний рух рідини в ділянку зменшеного тиску і тиск у трубопроводі збільшиться (подібно до того, як і при раптовому закриванні засувки).

Тривалість фази гідравлічного удару

$$T_{\phi} = 2l / C, \quad (5.7)$$

швидкість ударної хвилі

$$C = 1 / \sqrt{(\rho/E_p) + (\rho d / \delta E)}, \quad (5.8)$$

де E_p і E – модуль пружності рідини і матеріалу труби;

d і δ – внутрішній діаметр і товщина стінки труби.

Якщо час закривання крана $T_3 < T_\Phi$, то відбувається прямий гідравлічний удар, при якому підвищення тиску обчислюють за формулою Жуковського

$$\Delta p = \rho C v, \quad (5.9)$$

де v – швидкість рідини до перекриття крана. При непрямому ударі, тобто при $T_3 > T_\Phi$,

$$\Delta p = \rho C v (T_\Phi / T_3). \quad (5.10)$$

Якщо кран перекривається неповністю і рідина продовжує рухатися з меншою швидкістю v_1 , то виникає неповний удар, при якому

$$\Delta p = \rho C (v - v_1). \quad (5.11)$$

Для попередження гідравлічного удару рекомендується замість пробкових кранів установлювати засувки або вентиля, час закривання яких досить тривалий. Відповідно до формули (5.10) підвищення тиску при цьому буде незначним. На трубопроводах можна встановлювати повітряні ковпаки. Це місткості, нижня частина яких з'єднана з трубою і заповнена рідиною, а верхня – повітрям. Під час гідравлічного удару в ковпак надходить певна кількість рідини, повітря стискається й амортизує підвищення тиску. На насосних станціях (на початку напірного трубопроводу) встановлюють протиударні апарати. При зупинці насоса і зменшенні тиску в трубопроводі клапани апарата автоматично відкриваються і частина рідини виливається без підвищення тиску. Після цього клапани автоматично закриваються [7], [8].

Приклад 5.3.1. Визначте швидкість поширення ударної хвилі й підвищення тиску при раптовому перекриванні сталевого трубопроводу діаметром 500 мм з товщиною стінок 9 мм при початковій швидкості руху води 1,74 м/с.

Розв'язання. Для води модуль пружності $E_p = 2,03 \times 10^9$ Па; для сталі $E = 2,1 \times 10^{11}$ Па. Швидкість поширення ударної хвилі обчислюють за формулою (5.7)

$$C = 1 / \sqrt{(\rho / E_p) + (\rho d / \delta E)},$$

$$C = 1 / \sqrt{[1\,000 / (2,03 \times 10^9) + (1\,000 \times 0,5) / (0,009 \times 2,1 \times 10^{11})]} =$$

$$= 1\,142 \text{ (м/с)}.$$

Тиск підвищується на

$$\Delta p = \rho C v = 1\,000 \times 1\,142 \times 1,74 = 19,87 \times 10^5 = 1,99 \text{ (МПа)}.$$

Приклад 5.3.2. Чавунним трубопроводом діаметром 300 мм і довжиною 3 км подають воду зі швидкістю 1,3 м/с. Товщина стінки трубопроводу 12,5 мм. Обчисліть підвищення тиску для двох випадків: 1) час закриття засувки 4 с; 2) час закриття засувки 8 с. Прийняти $E = 1,01 \times 10^{11}$ Па.

Розв'язання. Швидкість поширення ударної хвилі

$$C = 1 / \sqrt{[1\,000 / (2,03 \times 10^9) + (1\,000 \times 300) / (12,5 \times 1,01 \times 10^{11})]} = 1171 \text{ (м/с)}.$$

Час пробігу трубопроводом прямої та зворотної ударних хвиль (тривалість фази гідравлічного удару):

$$T_{\phi} = 2l / C = 2 \times 3\,000 / 1\,171 = 5,12 \text{ (с)}.$$

Отже, у першому випадку удар прямий, оскільки $T_3 < T_{\phi}$, у другому випадку – непрямий.

Підвищення тиску при прямому ударі:

$$\Delta P = \rho C V = 1\,000 \times 1\,171 \times 1,3 = 1,522 \times 10^6 = 1,522 \text{ (МПа)}.$$

У другому випадку:

$$\Delta p = (\rho C v) (T_{\phi} / T_3) = 2\rho v l / T_3 = 2 \times 1\,000 \times 1,3 \times 3\,000 / 8 = 0,975 \times 10^6 = 0,975 \text{ (МПа)}.$$

Приклад 5.3.3. У вертикальній трубці під дією тиску на поршень 250 кПа, що створює зусилля 500 Н, вода піднімається з прискоренням $3,5 \text{ м/с}^2$ (рис. 5.6). Яке зусилля виникатиме в перерізі 2–2, що є на відстані 6 м, якщо в цю мить середня швидкість 6 м/с? Шорсткість стінок трубки – 0,15 мм, а коефіцієнт опору вентиля – 5.

Розв'язання. Інерційний напір:

$$h_i = a (l / g) = 3,6 (6 / 9,81) = 2,14 \text{ (м)}.$$

Діаметр трубки визначимо з умови, що тиск у перерізі 1–1

$$p_1 = (4F_1) / (\pi d^2),$$

звідки

$$d = \sqrt{(4F_1) / (\pi p_1)} = \sqrt{(4 \times 500) / (3,14 \times 250 \times 10^3)} = 5,05 \times 10^{-3} = 5,05 \text{ (мм)}.$$

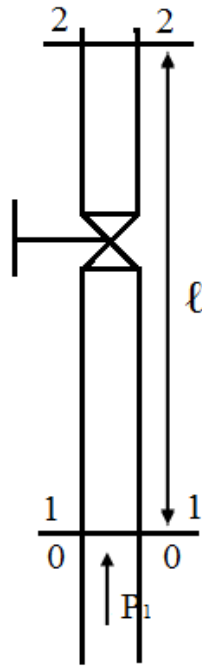


Рисунок 5.6 – Схема до прикладу 5.3.3

Вважаючи, що зона опору квадратична, коефіцієнт Дарсі

$$\lambda = 0,11(\Delta_e/d)^{0,25} = 0,11(0,15 / 50,5)^{0,25} = 0,0257.$$

Відповідно втрати напору

$$h = [\lambda(l/d) + \xi] \times (v^2/2g) = [0,0257(6/0,0505) + 5] \times (6^2/2 \cdot 9,81) = 14,78 \text{ (м)}.$$

Приймаючи переріз 1–1 за площину порівняння, запишемо рівняння Бернуллі у вигляді

$$p_1/\rho g = p_2/\rho g + l + h + h_i, \text{ оскільки } z_1 = 0, \quad v_1 = v_2,$$

звідки

$$p_2 = p_1 - \rho g(l+h+h_i) = 250\,000 - 1\,000 \times 9,81 \cdot (6 + 14,78 + 2,14) = 25154,8 \text{ (Па)}.$$

Зусилля в перерізі 2–2

$$F_2 = p_2(\pi d^2/4) = 25\,154,8 \times 0,785 \times 0,0505^2 = 50,36 \text{ (Н)}.$$

Зауважимо, що нехтування інерційним напором у цьому випадку призводить до завищення тиску p_2 , який дорівнюватиме 46 148 Па. При цьому відносна похибка становитиме 83,5 %.

5.4 Задачі для самостійного розв'язування

5.4.1 Для подачі води у водоприймальний колодязь проєктують самотісний трубопровід. Обчисліть його діаметр і рівень води в колодязі (рис. 5.7) при витраті $0,6 \text{ м}^3/\text{с}$. Довжина трубопроводу – 200 м, гідравлічний коефіцієнт тертя – 0,03. Коефіцієнти місцевих опорів $\xi_1 = 2$, $\xi_2 = 0,5$. Рекомендована швидкість – 1,5 м/с, $V_1 = 150 \text{ м}$.

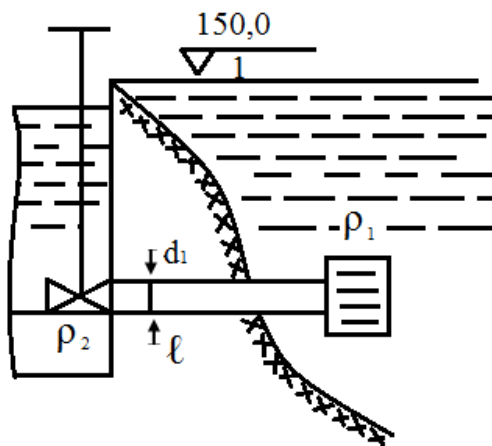


Рисунок 5.7 – Схема до задачі 5.4.1

5.4.2 Визначте висоту розташування центра насоса над рівнем води в резервуарі, щоб вакуум при вході насоса не перевищував 5 м вод. ст. (рис. 5.8). Діаметр всмоктувального трубопроводу 300 мм, його довжина – 15 м; витрата води – 120 л/с, коефіцієнти опорів $\xi_1 = 10$, $\xi_2 = 0,2$, $\xi_3 = 2$, $\lambda = 0,03$.

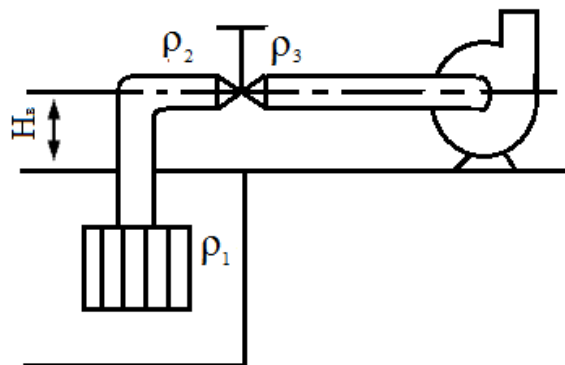


Рисунок 5.8 – Схема до задачі 5.4.2

5.4.3 Обчисліть надлишковий тиск на вільній поверхні резервуара A (рис. 5.9), при якому у відкритий резервуар B буде надходити 20 л/с води. Довжина трубопроводу діаметром 100 мм дорівнює 10 м. Коефіцієнт опорів $\xi_1 = 0,5$, $\xi_2 = 0,2$, $\xi_3 = 1,0$, $\lambda = 0,03$. Різниця рівнів води $H = 8$ м.

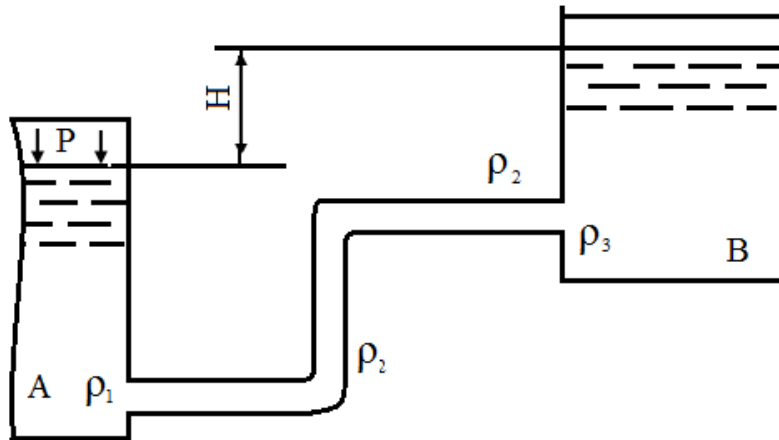


Рисунок 5.9 – Схема до задачі 5.4.3

5.4.4 З резервуара, що показаний на рисунку 5,10, при сталому напорі $H = 4$ м по трубопроводу діаметром 50 мм і довжиною 70 м. Визначте витрату води, якщо коефіцієнти опорів $\xi_1 = 0,5$ і $\xi_2 = 5$, $\lambda = 0,03$.

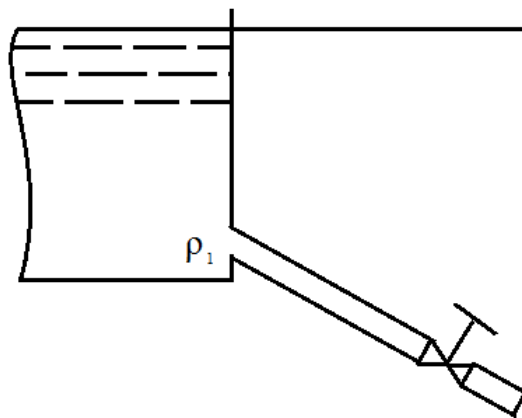


Рисунок 5.10 – Схема до задачі 5.4.4

5.4.5 У береговий колодязь подається вода сифоном, діаметр якого 250 мм, а довжина 50 м. Визначте відмітку рівня води в колодязі і вакуум у точці A (рис. 5.11). Витрата – 40 л/с, $\lambda = 0,025$, $\xi_1 = 5$, $\xi_2 = 0,2$, $\xi_3 = 0,25$.

5.4.6 Два резервуари A і B , заповнені водою, з'єднані чавунним трубопроводом сталого діаметра (рис. 5.12). На трубопроводі є засувка ($\xi_2 = 5,3$). Витрата води – 30 л/с, довжина трубопроводу – 25 м. Найбільша допустима різниця горизонтів води в резервуарах – 2 м. Обчисліть діаметр трубопроводу, якщо еквівалентна шорсткість труб 1 мм.

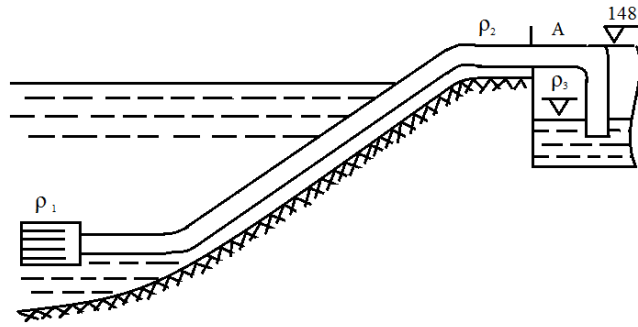


Рисунок 5.11 – Схема до задачі 5.4.5

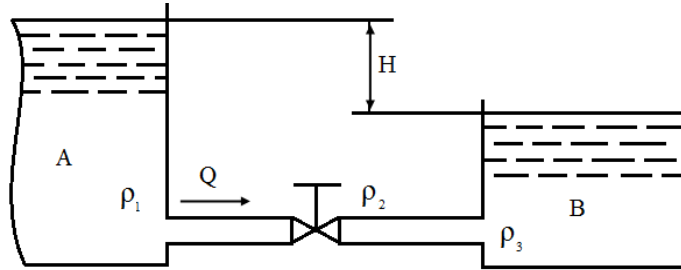


Рисунок 5.12 – Схема до задачі 5.4.6

5.4.7 У закритому A і відкритому B резервуарах (рис. 5.13) підтримують сталу різницю рівнів 2,5 м при надлишковому тиску на поверхні рідини в резервуарі A 26 кПа. Визначте витрату води, яка надходить трубами діаметром $d_1 = 100$ і $d_2 = 75$ мм. Довжина ділянки $l_1 = 40$ м, труби сталеві (еквівалентна шорсткість – 0,04 мм), температура – 20 °С.

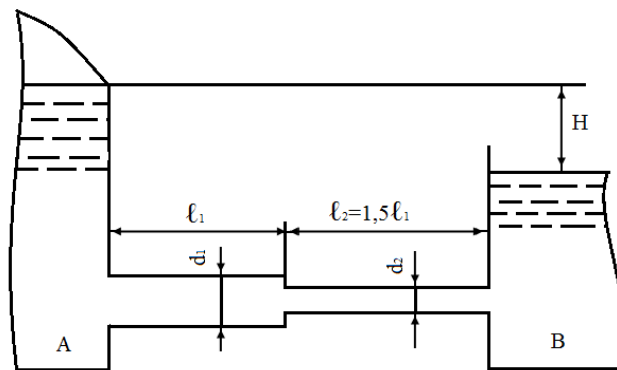


Рисунок 5.13 – Схема до задачі 5.4.7

5.4.8 Вода з водоймища по трубопроводу діаметром $d = 100$ мм витікає в атмосферу (рис. 5.14). Вхід у трубу захищає сітка без клапана ($\xi_1 = 5$), з'єднана з трубою коліном ($\xi_2 = 0,15$). Витрата води при $t = 20$ °С становить 15 л/с. Довжина сталевих трубопроводу з шорсткістю 0,04 мм становить 40 м. Обчисліть напір, прийнявши коефіцієнт опору засувки $\xi_3 = 0,15$.

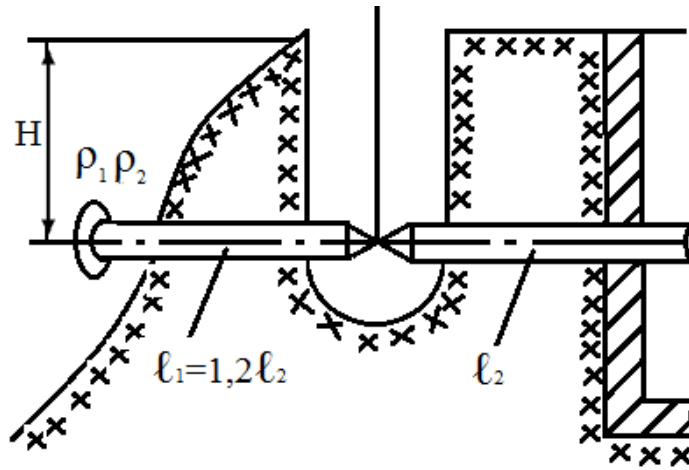


Рисунок 5.14 – Схема до задачі 5.4.8

5.4.9 Басейн заповнюється водою через трубопровід довжиною 45 м під тиском $2,5 \times 10^5$ Па (рис. 5.15). На трубопроводі є засувка, коефіцієнт опору якої 4, і поворот ($\xi_2 = 0,3$). Підберіть діаметр трубопроводу, при якому забезпечувалось би заповнення басейну об'ємом 36 м^3 за 30 хв.

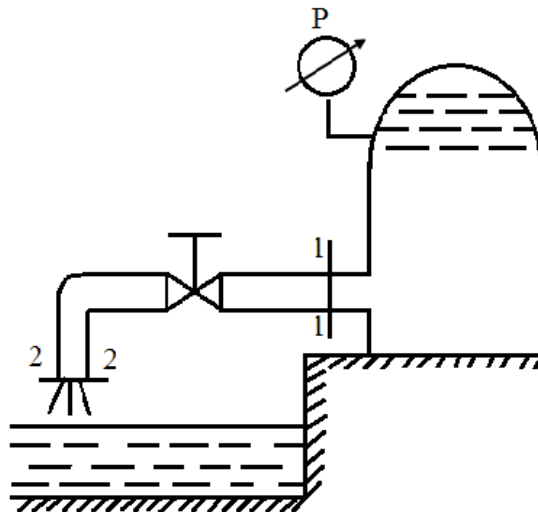


Рисунок 5.15 – Схема до задачі 5.4.9

5.4.10 Сифонний трубопровід ($\Delta_e = 0,5 \text{ мм}$) діаметром 250 мм і довжиною 50 м скидає воду з водосховища в річку, рівень якої на 5 м нижчий від рівня води водосховища (рис. 5.16). Визначте витрату води. На трубопроводі є два повороти під кутами 90° і 45° з радіусом заокруглення 2 м. Довжина горизонтальної ділянки – 2 м. Температура води у водосховищі – 10°C . Яка буде вакуумметрична висота у верхній частині сифона, якщо $z_1 = 3 \text{ м}$, а $z_2 = 1 \text{ м}$. Коефіцієнт опору на поворот 90° $\xi_{90} = [0,2 + 0,001 (100 \lambda)^8] d/R$. При $\alpha_2 = < 90^\circ$ прийняти, що $\xi_2 = \xi_{90} \sin \alpha$.

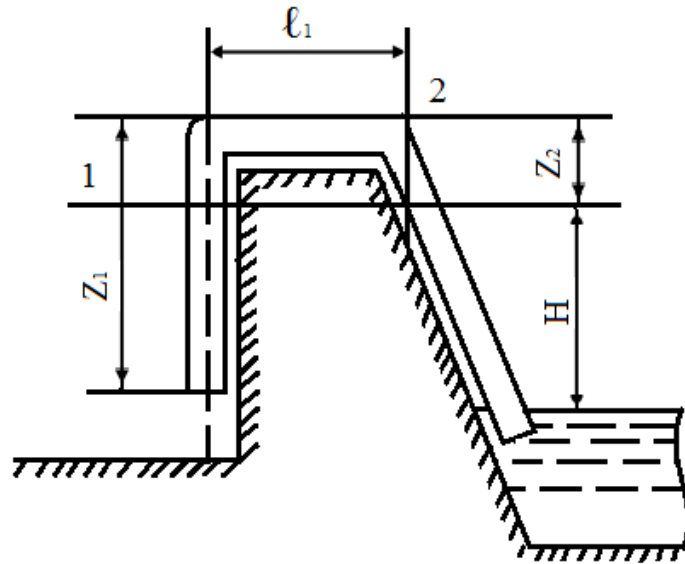


Рисунок 5.16 – Схема до задачі 5.4.10

5.4.11 Відцентровий насос засмоктує воду з проміжного колодязя (рис. 5.17) по трубопроводу довжиною 12 м і діаметром 150 мм. Обчисліть максимальну подачу насоса за умови, що вакуумметрична висота на вході в насос не перевищує 9 м. Якою буде різниця рівнів води у водоймищі й колодязі? Значення $h = 2$ м, $L = 20$ м, $D = 150$ мм, $\lambda = 0,03$, $\xi_1 = 3$, $\xi_2 = 1,0$, $\xi_3 = 6$, $\xi_4 = 0,2$.

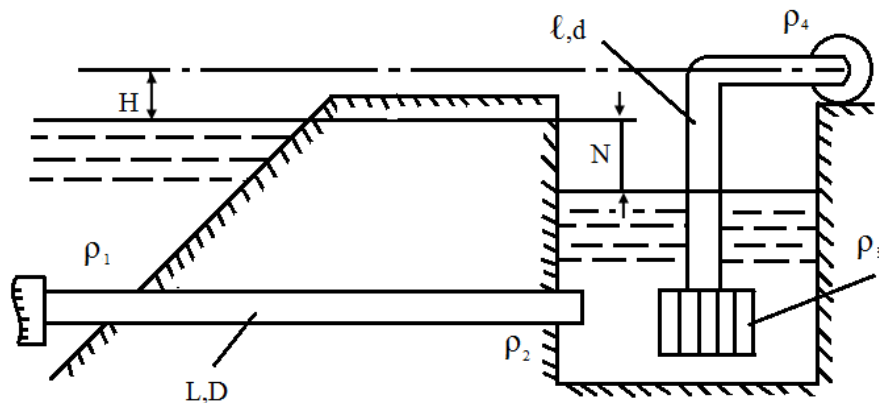


Рисунок 5.17 – Схема до задачі 5.4.11

5.4.12 Через сифонний трубопровід довжиною 70 м повинно перетікати 15 л/с води температурою 20°C. Відомо, що різниця геометричних висот $z_A - z_B = 4$ м, а $z_C - z_A = 2$ м (рис. 5.18). Довжина сталевго ($\Delta_e = 0,2$ мм) трубопроводу $l_{AC} = 30$ м. Підберіть діаметр сифона, знехтувавши коефіцієнтом опору повороту і прийнявши попередньо, що $\lambda = 0,04$. Визначте також вакуумметричну висоту у точці C при $h = 0,5$ м.

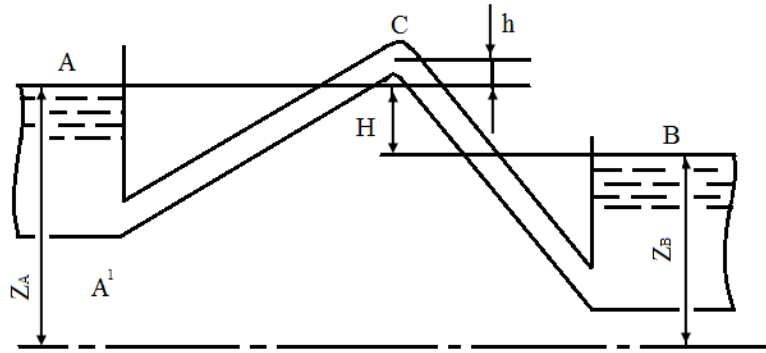


Рисунок 5.18 – Схема до задачі 5.4.12

5.4.13 Два резервуари сполучені трубопроводом, який складається з трьох послідовно з'єднаних труб різного діаметра (рис. 5.19): $d_1 = 300$, $d_2 = 200$ і $d_3 = 250$ мм. Шорсткість труб $\Delta_e = 0,3$ мм. Відповідно довжина ділянок $l_1 = 300$, $l_2 = 100$ і $l_3 = 200$ м. Обчисліть витрату води в трубопроводі при незмінній різниці рівнів у резервуарах 10 м. Температура води – 20°C .

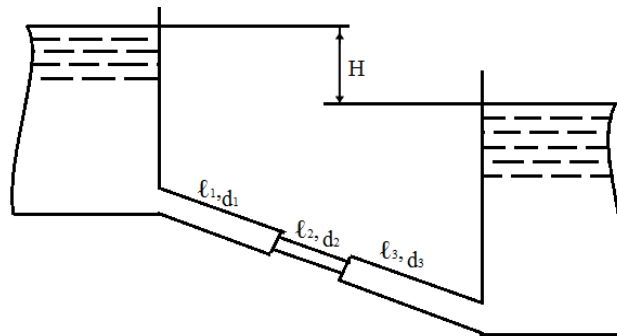


Рисунок 5.19 – Схема до задачі 5.4.13

5.4.14 Визначте потрібний напір H , який забезпечив би витрату в кінці трубопроводу 50 л/с при відборі води в точці A 35 л/с. Схема трубопроводу показана на рисунку 5.20. Уважати, що $l_1 = 300$ м, $d_1 = 225$ мм, $\lambda_1 = 0,032$, $l_2 = 150$ м, $d_2 = 125$ мм, $\lambda_2 = 0,039$, $l_3 = 250$ м, $d_3 = 150$ мм, $\lambda_3 = 0,0368$, $l_4 = 100$ м, $d_4 = 175$ мм, $\lambda_4 = 0,0348$. Місцеві втрати напору до уваги не брати.

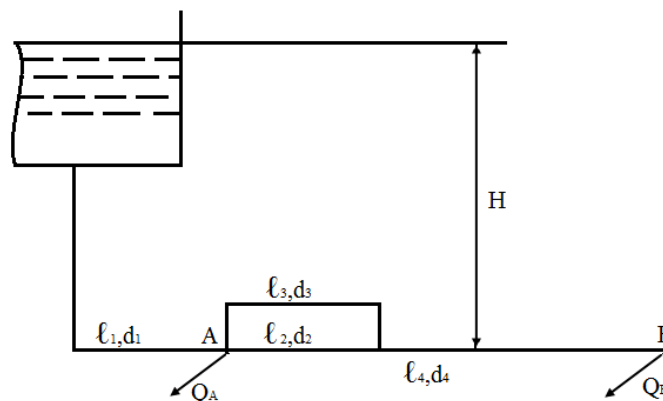


Рисунок 5.20 – Схема до задачі 5.4.20

5.4.15 Насос забезпечує витрату 0,6 л/с по трубопроводу, в якому встановлено дросель з коефіцієнтом опору $\xi = 3$ (рис. 5.21). У точці M трубопровід розгалужується на два; один з них має дросель з коефіцієнтом опору $\xi_1 = 10$, а другий – $\xi_2 = 40$. Знехтувавши втратами за довжиною, обчисліть витрати у відгалуженнях і тиск насоса. Діаметр труб 10 мм, кінематична в'язкість води 0,01 см²/с.

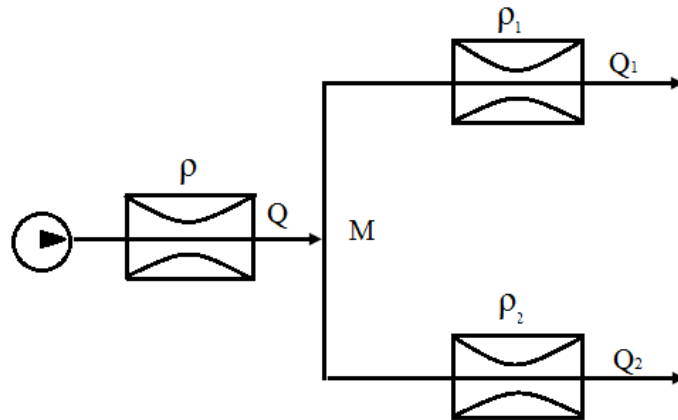


Рисунок 5.21 – Схема до задачі 5.4.15

5.4.16 Для збільшення при заданому напорі $H = 6$ м пропускної здатності трубопроводу (рис. 5.22) до нього між перерізами A і B підключили паралельну вставку довжиною 150 м. Визначте витрату води ($t = 20^\circ\text{C}$) в трубопроводі без вставки і за її наявності. Довжина $L = 200$ м, діаметр основного трубопроводу і вставки – 100 мм. Шорсткість трубопроводів – 0,2 мм.

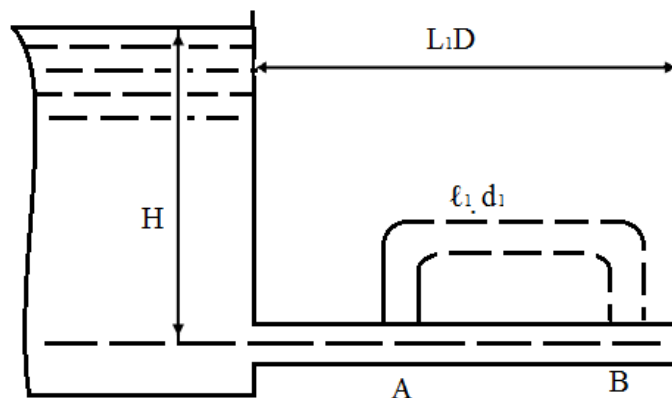


Рисунок 5.22 – Схема до задачі 5.4.16

5.4.17 Різниця рівнів води у двох резервуарах 2 м (рис. 5.23). Розміри трубопроводів, які сполучають ці два резервуари, такі: $l_{AC} = 5$ м, $d_{AC} = 100$ мм, $l_{BC} = 2$ м; $d_{BC} = 150$ мм; $l_{CD} = 10$ м, $d_{CD} = 200$ мм. Обчисліть витрату води Q_{CD} . Шорсткість трубопроводу – 0,3 мм, місцевими втратами напору знехтувати. Температура води – 20°C .

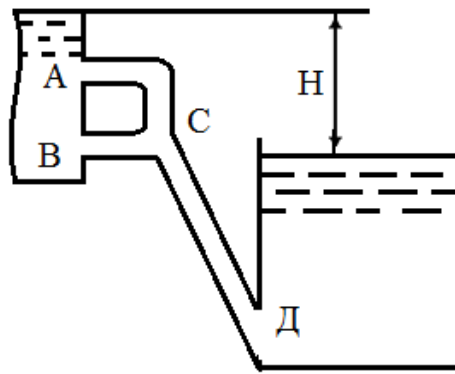


Рисунок 5.23 – Схема до задачі 5.4.17

5.4.18 Насос подає бензин (питома маса – 740 кг/м^3) при температурі 48°C $\nu = 0,55 \times 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$) у два кінцеві пункти по трубопроводу (рис. 5.24). Розміри трубопроводу: $l = 2 \text{ км}$; $d = 200 \text{ мм}$, $l_1 = 100 \text{ м}$; $d_1 = 125 \text{ мм}$, $l_2 = 150 \text{ м}$, $d_2 = 150 \text{ мм}$, $z_1 = 10 \text{ м}$, $z_2 = 13 \text{ м}$. Витрата рідини – 50 л/с . Визначте витрату бензину у відгалуженнях і потрібний напір насоса.

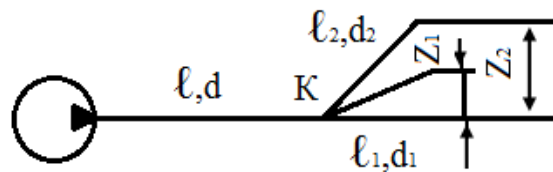


Рисунок 5.24 – Схема до задачі 5.4.18

5.4.19 Трубопровід довжиною 20 м і діаметром 50 мм , підключений до резервуара з водою під напором 4 м , раптово перекивається. Обчисліть швидкість поширення ударної хвилі й ударне підвищення тиску при товщині стінок труби 6 мм . Труба сталевая ($E = 2 \times 10^5 \text{ МПа}$). Модуль пружності води $2 \times 10^3 \text{ МПа}$. Як зміниться ударний тиск при заміні сталевий труби чавунною ($E = 10^5 \text{ МПа}$)? Гідравлічний коефіцієнт тертя $0,03$.

5.4.20 Насос подає воду на висоту $H_o = 16 \text{ м}$ по трубопроводу довжиною 10^5 м і діаметром 75 мм (рис. 5.25). Двигун насоса раптово відключається від мережі. У результаті рух рідини під дією напору змінюється у зворотному напрямку. У цю мить зворотний клапан K закривається, і виникає гідравлічний удар. Визначте підвищення тиску під час удару, якщо клапан закрився через 1 с після початку руху води у зворотному напрямку. Коефіцієнти опору: засувки – $\xi_z = 4$, зворотного клапана – $\xi_k = 2$, насоса – $\xi_n = 10$. Гідравлічний коефіцієнт тертя $\lambda = 0,025$, товщина стінок труби $\delta = 4 \text{ мм}$, матеріал – сталь ($E = 2 \times 10^6 \text{ МПа}$). Модуль пружності води – $2 \times 10^3 \text{ МПа}$.

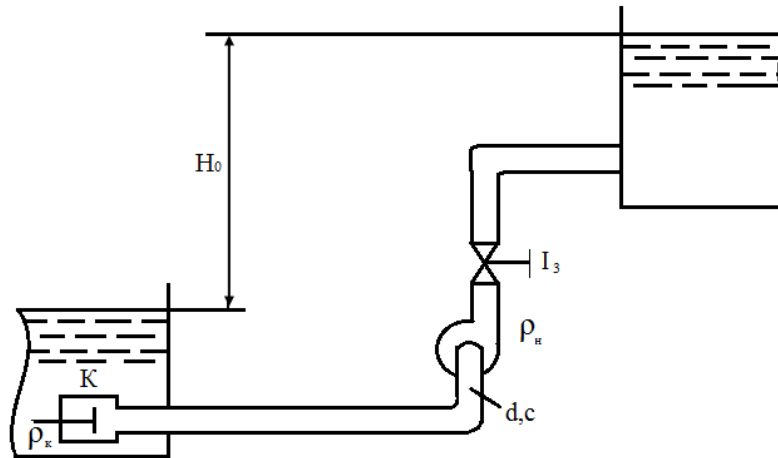


Рисунок 5.25 – Схема до задачі 5.4.20

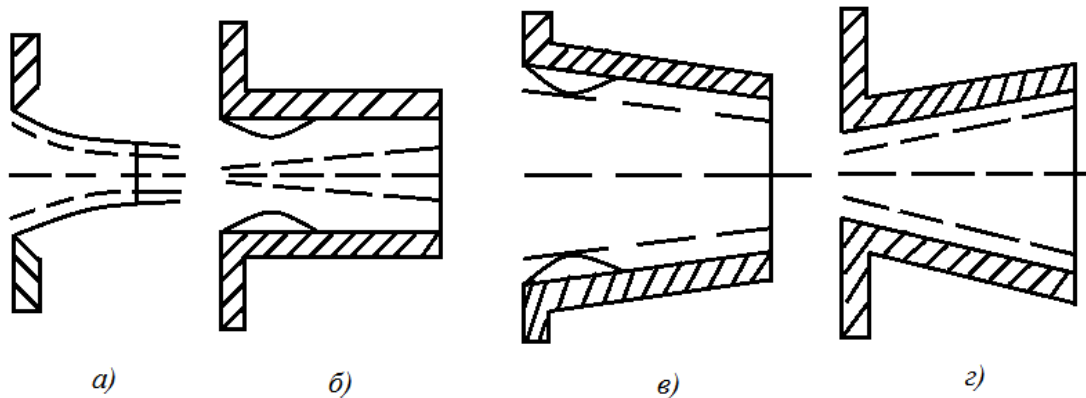
Питання для самоперевірки

- 1 Якими бувають трубопроводи залежно від з'єднання окремих його ділянок?
- 2 З чого складаються прості трубопроводи?
- 3 З чого складаються складні трубопроводи?
- 4 Надайте характеристики тупиковим (незамкненим) трубопроводам.
- 5 Надайте характеристики кільцевим (замкненим) трубопроводам?
- 6 Який математичний апарат використовують для гідравлічного розрахунку трубопроводів?
- 7 Що називають характеристикою трубопроводу?
- 8 Чи відбувається стрибок напору під час переходу від ламінарного режиму до перехідної зони?
- 9 Яке явище називається гідравлічним ударом?
- 10 До чого призводить швидке закривання засувки в трубопроводі?
- 11 Що таке фаза гідравлічного удару?
- 12 Як визначається тривалість фази гідравлічного удару?
- 13 Коли виникає неповний удар?
- 14 Що рекомендується використовувати замість пробкових кранів для попередження гідравлічного удару?
- 15 Що відбувається при зупинці насоса і зменшенні тиску в трубопроводі з клапанами апарата і частиною рідини?

6 ВИТІКАННЯ РІДИНИ ЧЕРЕЗ ОТВОРИ І НАСАДКИ

6.1 Витікання при сталому напорі

У машинобудівній гідравліці найчастіше розглядають витікання через малий отвір, тобто через отвір, розміри якого набагато менші (на порядок), ніж значення напору. Після відриву від стінки струмінь стискається і на відстані, що дорівнює приблизно діаметру, набуває циліндричної форми (рис. 6.1, а).



*а – отвір; б – зовнішній циліндричний; в – конічний збіжний;
г – конічний розбіжний*

Рисунок 6.1 – Отвір та насадки

Ступінь стиснення враховують коефіцієнтом стиснення

$$\varepsilon = S_c / S_o, \quad (6.1)$$

де S_c – площа в стисненому перерізі;

S_o – площа отвору.

Насадка – це коротка трубка, прикріплена до отвору, її довжина від 3 до 5 діаметрів. Під час руху рідини через насадку на його початку струмінь стискається, потім розширюється до стінок насадки. Повітря, яке до витікання рідини було в насадці, захоплюється струменем, і тому в стисненій зоні виникає вакуум. Оскільки стиснення струменя внутрішнє, то $\varepsilon = 1$.

Найосновніші параметри при витіканні через отвори і насадки:

$$v = \varphi \sqrt{2gH}; \quad Q = \mu S_o \sqrt{2gH} \quad (6.2)$$

де U – швидкість струменя в стисненому перерізі отвору або на виході з насадки;

φ – коефіцієнт швидкості;

$\mu = \varphi \varepsilon$ – коефіцієнт витрати;

S_0 – площа отвору або насадки на виході;

H – напір, під дією якого витікає рідина,

$$H = H_0 + (p_1 - p_2) / \rho g, \quad (6.3)$$

де H_0 – висота рідини над отвором;

p_1 – тиск на вільній поверхні рідини;

p_2 – тиск у середовищі, куди витікає рідина (рис. 6.2).

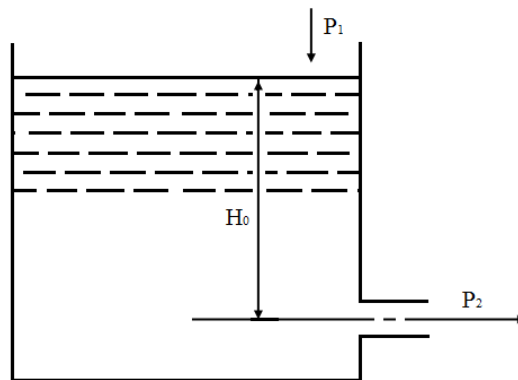


Рисунок 6.2 – Витікання рідини через отвір насадки

Коефіцієнт швидкості

$$\varphi = 1 / \sqrt{\alpha + \xi}, \quad (6.4)$$

де α – коефіцієнт кінетичної енергії;

ξ – коефіцієнт місцевого гідравлічного опору отвору або насадки.

Якщо замість насадки буде довга труба, то на коефіцієнт швидкості впливатимуть поздовжні втрати напору:

$$\varphi = 1 / \sqrt{\alpha + \xi} + \lambda l / d. \quad (6.5)$$

Коефіцієнти ε , φ , μ залежать від числа Рейнольдса. Для малого отвору ця залежність показана на рисунку 6.3. У таблиці 6.1 наведені значення цих коефіцієнтів при великих числах Рейнольдса.

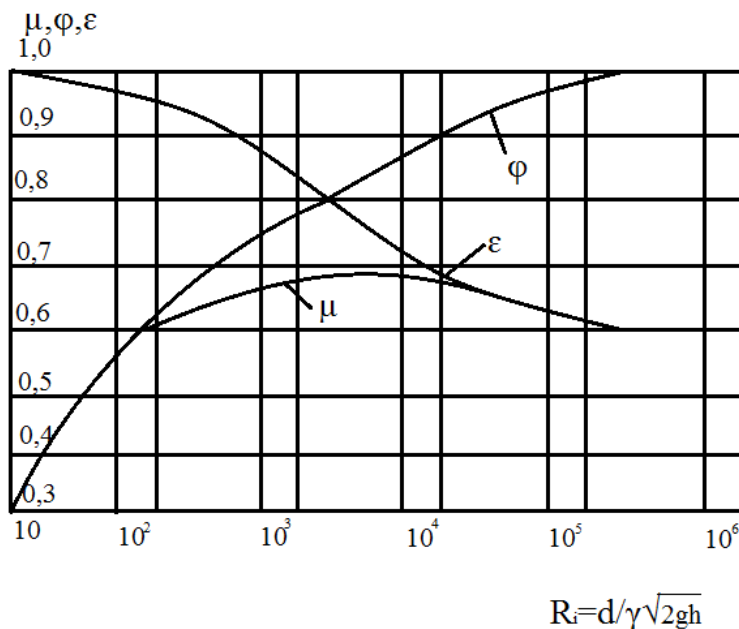


Рисунок 6.3 – Вплив числа Рейнольдса на коефіцієнти витікання через отвір

Таблиця 6.1 – Коефіцієнти витікання

Отвір та насадки	ε	φ	μ
Малий отвір	0,64	—	—
Зовнішня циліндрична насадка	0,82	1,00	0,82
Внутрішня циліндрична насадка	1,00	0,71	0,71
Конічно-збіжна насадка з кутом 12...14°	0,98	0,96	0,94
Конічно-розбіжна насадка з кутом 8°	1,00	0,45	0,45
Колоїдальна насадка	1,00	0,97	0,97

Оскільки коефіцієнт витрат ε для всіх насадок, крім конічно-розбіжного, більший, ніж для отвору, то витрата буде також більшою. Наприклад, для зовнішньої циліндричної насадки витрата приблизно на 30 % більша, ніж для отвору $(\mu_n - \mu_o) / \mu_o = (0,82 - 0,62) / 0,62 = 0,3$, хоча швидкість витікання через цей насадок приблизно на 15 % менша, ніж через отвір $(\varphi_o - \varphi_n) / \varphi_o = (0,97 - 0,82) / 0,97 = 0,15$.

Збільшення витрати в насадках пояснюється наявністю вакууму, який підвищує напір H , та заповненням рідиною усього перерізу насадки на виході.

Описаний вище режим руху рідини через насадки називається безвідривним. Якщо напір збільшувати, то довжина зони вакууму в насадку також буде збільшуватися. При критичному напорі зона вакууму вийде за межі насадки. У цю мить струмінь відривається від насадки і настає відривний режим, при якому рідина рухається всередині насадки

так само і з тими самими коефіцієнтами, що і під час витікання через отвір. Коли вода через зовнішній циліндричний насадки витікає в атмосферу при 20 °С, то критичний напір становить 13,5 м.

При витіканні рідини під рівень, тобто не в атмосферу, а в резервуар з тією самою рідиною, використовують ті самі коефіцієнти, що і при витіканні в повітря, і формули (6.2), (6.3), у яких H_0 – різниця рівнів рідини в резервуарах до і після отвору або насадки; p_2 – тиск на вільній поверхні рідини в нижньому резервуарі [8]–[11].

Приклад 6.1.1. Резервуар заповнений водою на висоту 2 м, яка підтримується незмінною. Через два отвори, розташовані на однаковій відстані 25 см від рівня води і дна (рис. 6.4), вода витікає в атмосферу. Визначте швидкості витікання і доведіть, що дальність польоту струменів однакова.

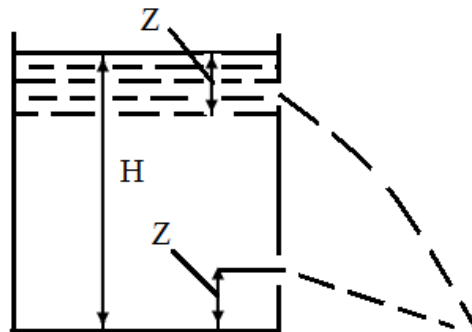


Рисунок 6.4 – Схема до прикладу 6.1.1

Розв’язання. Швидкість витікання через верхній отвір $v_1 = \varphi \sqrt{2gz}$, де коефіцієнт швидкості $\varphi = 0,97$. Отже, $v_1 = 0,97 \sqrt{2 \times 9,81 \times 0,25} = 2,14$ м/с. Швидкість витікання через нижній отвір:

$$v_2 = \varphi \sqrt{2g(H - z)} = 0,97 \sqrt{2 \times 9,81 (2 - 0,15)} = 5,68 \text{ (м/с)}.$$

Траєкторія руху частинок уздовж осі $x-x = vt$, а вздовж осі $y-y = g t^2 / 2$, приймаючи рух рівноприскореним. Спільний розв’язок цих двох рівнянь дає

$$y = g x^2 / 2 v^2.$$

Для верхнього отвору $y_1 = H - z$, тоді

$$\begin{aligned} x_1 &= \sqrt{2 v_1^2 y_1 / g} = \sqrt{4 \varphi^2 z (H - z)} = \sqrt{4 \times 0,97^2 \times 0,25 (2 - 0,25)} = \\ &= 1,28 \text{ (м)}. \end{aligned}$$

Для нижнього отвору $y_2 = z$ і $v_2 = \varphi \sqrt{2g(H-z)}$, отже, $x_2 = \sqrt{4\varphi^2 z (H-z)}$, тобто $x_2 = 1,28$ (м).

Приклад 6.1.2. З закритого резервуара через зовнішню циліндричну насадку діаметром 8 см витікає вода в атмосферу в кількості 50 л/с при висоті рідини над насадкою 3 м. Обчисліть надлишковий тиск на поверхні рідини.

Розв'язання. З формули

$$Q = \mu S_o \sqrt{2gH},$$

де μ – коефіцієнт витрати;

S_o – площа перерізу отвору насадки;

H – повний напір, який у цьому випадку

$$H = h + (p - p_{\text{ат}}) / \rho g,$$

визначимо, що

$$h + (p - p_{\text{ат}}) / \rho g = (Q / \mu S_o)^2 \times 1/2g = H.$$

Площа $S_o = \pi d^2 / 4 = 0,785 \times 0,08^2 = 0,00502$ (м²). Для циліндричної насадки $\mu = 0,82$. Отже,

$$H = [0,05 / (0,82 \times 0,00502)]^2 \times (1 / (2 \times 9,81)) = 7,52 \text{ (м)}.$$

Таким чином,

$$(p - p_{\text{ат}}) / \rho g = H - h = 7,52 - 3 = 4,52 \text{ (м)}.$$

Звідки надлишковий тиск на поверхні рідини:

$$p - p_{\text{ат}} = 4,52 \rho g = 4,52 \times 1000 \times 9,81 = 44341 = 44,3 \text{ (кПа)}.$$

Приклад 6.1.3. Визначте витрату і швидкість витікання нафти з резервуара через отвір діаметром 1 см і через колоїдальну насадку того самого діаметра при напорі 4 м (кінематична в'язкість нафти – 2×10^{-5} м²/с).

Розв'язання. Оскільки витікає в'язкий продукт, то для вибору коефіцієнтів μ і φ треба спочатку визначити число Рейнольдса:

$$Re = \sqrt{2gH} d / \nu = \sqrt{2 \times 9,81 \times 4} \times 0,01 / 2 \times 10^{-5} = 4429.$$

З графіка залежності μ і φ від Re (див. рис. 6.3) визначимо, що $\mu = 0,66$ і $\varphi = 0,9$. Тоді $v = \varphi \sqrt{2gH} = 0,9\sqrt{2 \times 9,81 \times 4} = 7,97$ (м/с).

Витрата $Q = \mu S_0 \sqrt{2gH} = 0,66 \times 0,785 \times 0,01^2 \sqrt{2 \times 9,81 \times 4} = 4,59 \times 10^{-4}$ (м³/с). При витіканні через коноїдальну насадку:

$$(\mu = \varphi = 0,9) Q = 0,9 \times 0,785 \times 0,01^2 \sqrt{2 \times 9,81 \times 4} = 6,26 \times 10^{-4} \text{ м}^3/\text{с},$$

$$v = 0,9 \sqrt{2 \times 9,81 \times 4} = 7,97 \text{ (м/с)}.$$

6.2 Витікання при змінному напорі

При змінному напорі швидкість і витрати рідини будуть з часом змінюватися. Визначимо час витікання рідини t з резервуара довільної форми (рис. 6.5).

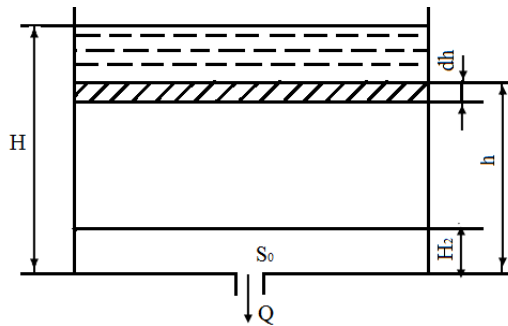


Рисунок 6.5 – Схема резервуара

З рівняння $Qdt = -Sdh$ визначимо, що

$$t = -\left(1/\mu S_0 \sqrt{2g}\right) \int_{h=H_1}^{h=H_2} S dh / \sqrt{h} \quad (6.6)$$

де S – площа вільного рівня рідини. Знак «мінус» свідчить про те, що dh – величина від'ємна.

Для визначення часу витікання треба знати залежність $S = f(h)$. Для циліндричної та призматичної посудин $S = \text{const}$ і

$$t = 2S / (\mu S_0 \sqrt{2g}) \times (\sqrt{H_1} - \sqrt{H_2}). \quad (6.7)$$

Час повного спорожнення циліндричної бочки висотою H :

$$t = 2S \sqrt{H} / (\mu S_0 \sqrt{2g}) = 2SH / (2S_0 \sqrt{2gH}). \quad (6.8)$$

У чисельнику цієї формули подвійний об'єм бочки, у знаменнику – витрата на початку витікання. Отже, час повного спорожнення посудини в два рази більший від часу витікання рідини при сталому напорі, який дорівнює початковому [8]–[11].

Приклад 6.2.1 Циліндричний резервуар діаметром 0,5 м має в дні отвір і зовнішню циліндричну насадку однакового діаметра. Яким повинен бути цей діаметр, щоб рівень води в резервуарі підтримувався на висоті 1,2 м при витраті 30 л/с? Визначте також час спорожнення резервуара через насадку при відсутності витікання крізь отвір.

Розв'язання. Витрата води крізь отвір:

$$Q_1 = \mu_1 S_0 \sqrt{2gH},$$

а витрата через насадку:

$$Q_2 = \mu_2 S_0 \sqrt{2gH},$$

де μ_1, μ_2 – коефіцієнти витрати;

S_0 – площа отвору або насадка.

Сумарна витрата:

$$Q = Q_1 + Q_2 = (\mu_1 + \mu_2) S_0 \sqrt{2gH},$$

звідки

$$S_0 = Q / (\mu_1 + \mu_2) \sqrt{2gH} = 0,03 / (0,62 + 0,82) \sqrt{2 \times 9,81 \times 1,2} \times 1,2 = 0,0043 \text{ (м}^2\text{)}.$$

$$\text{Діаметри отворів: } d = \sqrt{4S_0/\pi} = \sqrt{4 \times 0,0043 / 3,14} = 0,074 = 7,4 \text{ (см)}.$$

Час спорожнення через насадку:

$$\begin{aligned} t &= (2S \sqrt{4}) / (\mu_2 S_0 \sqrt{2g}) = \pi D_2 \sqrt{H} / (2\mu_2 S_0 \sqrt{2g}) = \\ &= 3,14 \times 0,5^2 \sqrt{1,2} / (2 \times 0,82 \times 0,0043 \sqrt{2 \times 9,81}) = 27,5 \text{ (с)}. \end{aligned}$$

Приклад 6.2.2. Обчисліть час спорожнення конічного резервуара (рис. 6.6), розміри якого відповідно такі: $H_1 = 1,2$ м, $D_1 = 0,6$ м, $D_2 = 0,3$ м. Діаметр отвору в дні – 2 см; $H_2 = 1$ м.

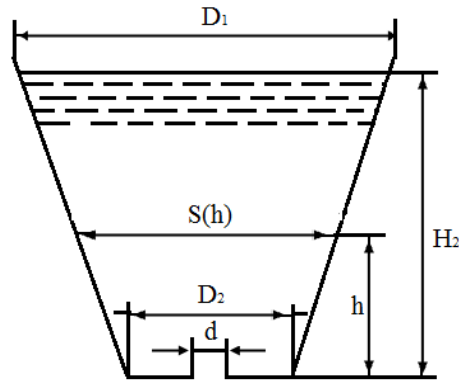


Рисунок 6.6 – Схема до прикладу 6.2.2

Розв’язання. Площа резервуара на довільній висоті h від дна

$$S(h) = \pi/4 [D_2 + ((D_2 - D_1) / H_1) h]^2 = \pi/4(D_2 + nh)^2,$$

де

$$n = (D_1 - D_2) / H_1 = (0,6 - 0,3) / 1,2 = 0,25.$$

Час витікання:

$$\begin{aligned} t &= \int_{H_2}^0 S(h) / (\mu S_0 \sqrt{2gH}) = D_2^2 / (\mu d^2 \sqrt{2g}) \int_0^h [1 + (n/D_2)h]^2 / \sqrt{h} = \\ &= D_2^2 / (\mu d^2 \sqrt{2g}) \int_0^h [(1/\sqrt{n}) + (n/D_2)^2 h \sqrt{h} + (2n\sqrt{n})/D_2] dh = \\ &= 2D_2^2 / (\mu d^2 \sqrt{2g}) \times [\sqrt{h} + (n/D_2)^2 \times h^{5/2} / 5 + (2n\sqrt{n})/D_2 \times (h^{3/2} / 3)] \end{aligned}$$

Підставимо дані, враховуючи, що $\mu = 0,62$:

$$\begin{aligned} t &= (2 \times 0,3^2) / (0,62 \times 0,02^2 \sqrt{2 \times 9,81}) \times [1 + (0,25/0,3)^2 \times (1/5) + \\ &+ (2/3) \times (0,25/0,3)] = 209,4 = 3,49 \text{ (хв.)}. \end{aligned}$$

Приклад 6.2.3. Обчисліть час спорожнення циліндричного резервуара, поставленого вертикально, та час спорожнення такого самого резервуара, поставленого горизонтально, через отвір діаметром 10 см (в обох випадках у найвищій точці є отвір для вільного доступу повітря). Розміри резервуара: діаметр – 2,1 м, висота (або довжина при горизонтальному положенні) – 5 м (рис. 6.7).

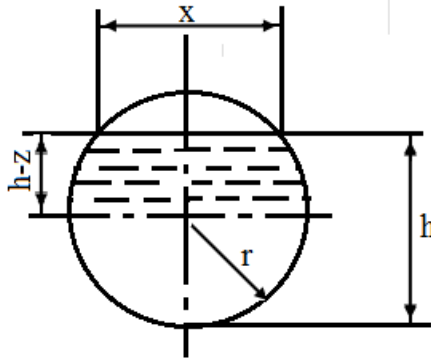


Рисунок 6.7 – Схема до прикладу 6.2.3

Розв'язання. У першому випадку маємо витікання зі змінним напором з посудини поперечного перерізу $S = \pi D^2 / 4 = 0,785 \times 2,1^2 = 3,462 \text{ (м}^2\text{)}$.

Отже,

$$t = (2S\sqrt{H}) / (\mu S_0 \sqrt{2g}) = (2D^2 \sqrt{H}) / (\mu_2 d_0^2 \sqrt{2g}) = \\ = (2 \times 2,1^2 \times \sqrt{5}) / (0,62 \times 0,01 \sqrt{2} \times 9,81) = 718,1 = 13 \text{ (хв.)}.$$

У другому випадку $S = lx$. На рисунку 6.7 бачимо, що

$$x = 2\sqrt{r^2 - (h - r)^2} = 2\sqrt{h(2r - h)}$$

Оскільки $Qdt = -Sdh$, то

$$dt = \left[2l\sqrt{h(D - h)} / (\mu S_0 \sqrt{2gh}) \right] dh.$$

Інтегруємо від $h_1 = D$ до $h_2 = 0$, зважаючи, що $dh = -d(D - h)$.

Отже,

$$t = 2l / (\mu S_0 \sqrt{2g}) \int_D^0 \sqrt{D - h} \times d(D - h) = \\ = [2l / (\mu S_0 \sqrt{2g})] \times [(D - h)^{3/2}] : (3/2),$$

або ж

$$t = (4Dl \sqrt{D}) / (3\mu S_0 \sqrt{2g}), \\ t = (4 \times 2,1 \times 5 \sqrt{2,1}) / (3 \times 0,62 \times 0,785 \times 0,1^2 \sqrt{2 \times 9,81}) = \\ = 948,1 = 15,7 \text{ (хв.)}.$$

При горизонтальному положенні резервуара витікання триває довше в 1,3 раза.

6.3 Сила дії струменя на стінку

Визначимо силу дії вільного струменя, що витікає з отвору чи насадки, на нерухому стінку (рис. 6.8).

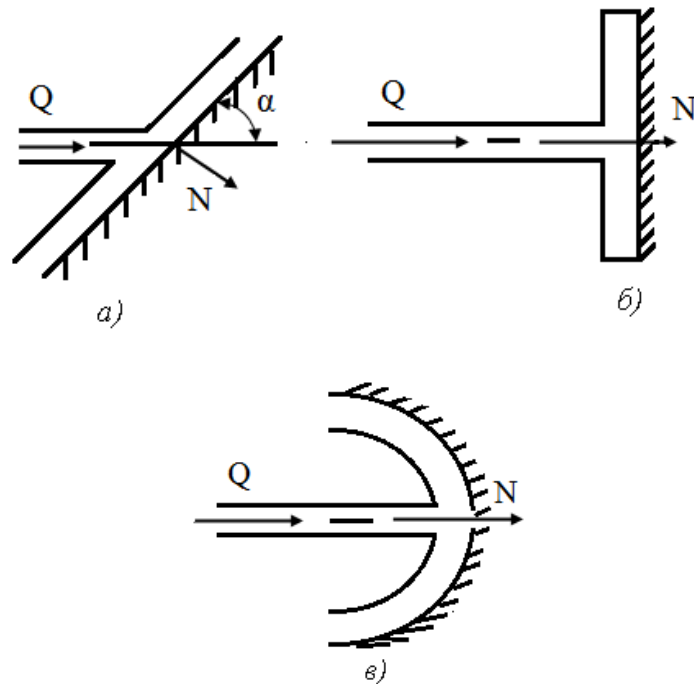


Рисунок 6.8 – Натікання струменя на стінку

У загальному випадку (рис. 6.8, а) сила дії струменя на нерухому стінку

$$N = \rho Q v (1 - \cos \alpha), \quad (6.9)$$

де v – швидкість руху вільного струменя;

α – кут між стінкою і напрямком руху струменя.

Якщо струмінь натікає нормально, тобто $\alpha = 90^\circ$ (рис. 6.8, б), то

$$N = \rho Q v. \quad (6.10)$$

Якщо ж струмінь діє на чашкоподібну стінку (рис. 6.8, в), то

$$N = 2\rho Q v.$$

Приклад 6.3.1. Пластина, введена у вільний струмінь води перпендикулярно до її осі, відсікає частину витрати струменя і спричиняє відхилення решти струменя на кут α (рис. 6.9). Швидкість струменя – 30 м/с, повна витрата – 36 л/с, частина витрати струменя $Q_1 = 12$ л/с.

Визначте силу дії струменя на пластину і кут відхилення α , нехтуючи вагою рідини і тертям.

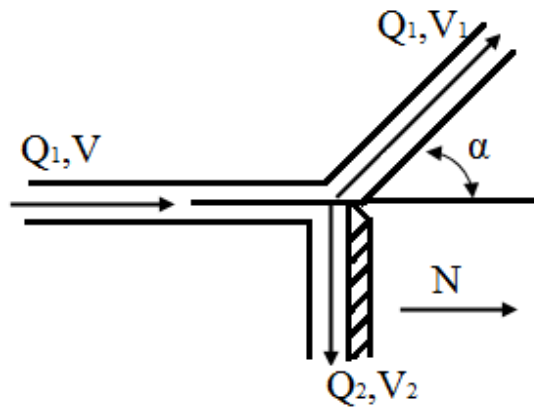


Рисунок 6.9 – Схема до прикладу 6.3.1

Розв'язання. Кут α можна визначити з умови, що $\sin \alpha = Q_1 / Q_2$
або

$$\alpha = \arcsin Q_1 / Q_2 = \arcsin 12/24 = \arcsin 0,5 = 30^\circ.$$

Застосуємо теорему кількості руху в проєкціях на вісь струменя і перпендикулярний до неї напрямком:

$$\begin{aligned} \rho Q v - \rho Q_2 v \cos \alpha &= N_x; \\ \rho Q_1 v - \rho Q_2 v \cos (90^\circ - \alpha) &= N_y; \\ N_x &= \rho Q v [1 - (Q_2 / Q) \cos \alpha]; \\ N_y &= \rho Q_2 v [(Q_1 / Q_2) - \sin \alpha]. \end{aligned}$$

Оскільки $\sin \alpha = Q_1 / Q_2$, то $N_y = 0$ і $N_x = N$.

Отже,

$$N = \rho Q v [1 - (Q_2 / Q) \cos \alpha].$$

Тому, що $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$ і $\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - (Q_1 / Q_2)^2}$,
то

$$N = \rho Q v [1 - Q_2 / (Q_1 + Q_2) \sqrt{1 - (Q_1 / Q_2)^2}]$$

або

$$N = \rho Q v [(1 - \sqrt{1 - (Q_1 / Q_2)^2}) / (1 + (Q_1 / Q_2))].$$

Приклад 6.3.2. Обчисліть силу, з якою струмінь води діє на опуклу робочу поверхню клапана (рис. 6.10). Площа поперечного перерізу струменя – 79 см^2 , витрата води – 20 л/с , кут – 45° .

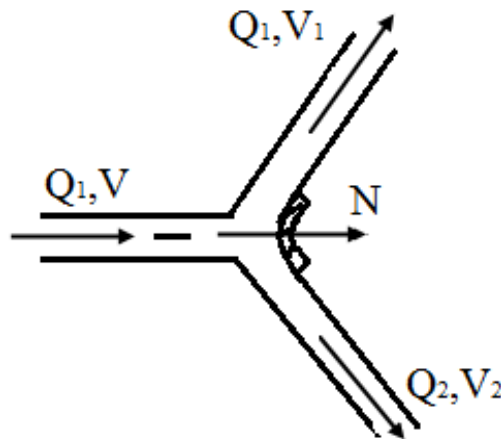


Рисунок 6.10 – Схема до прикладу 6.3.2

Розв'язання. Рівняння кількості руху записуємо так:

$$\rho Q_1 v_1 \times \cos \alpha + \rho Q_2 v_2 \times \cos \alpha - \rho Q v + N = 0.$$

Враховуючи, що поверхня симетрична, $Q_1 = Q_2 = 0,5Q$, тоді

$$N = \rho Q v - \rho Q v \times \cos \alpha = \rho Q v (1 - \cos \alpha).$$

Оскільки $v = Q / S$, то

$$\begin{aligned} N &= \rho (Q^2 / S) \times (1 - \cos \alpha) = \\ &= 1\,000 (0,02^2 / 79 \times 10^{-4}) \times (1 - \cos 45^\circ) = 14,8 \text{ (Н)}. \end{aligned}$$

6.4 Задачі для самостійного розв'язування

6.4.1 Обчисліть витрату і швидкість витікання рідини через круглий отвір діаметром 20 мм у тонкій стінці, якщо глибина занурення центра отвору під рівень 2,3 м, а площа посудини набагато більша від площі отвору. Як зміняться витрата і швидкість при під'єднанні до отвору циліндричної насадки?

6.4.2 Визначте витрату масла ($\rho = 900 \text{ кг/м}^3$) при витіканні через круглий отвір з резервуара, в якому тиск – 0,5 МПа. Отвір має конічно-збіжну насадку з кутом конусності 13° . Діаметр отвору – 2 см.

6.4.3 У циліндричну посудину, заповнену водою (рис. 6.11) вдавлюють силою 150 Н диск діаметром 0,5 м, який ковзає без тертя по стінках посудини. У центрі диска товщиною 1 см є круглий отвір діаметром 5 мм. Обчисліть швидкість опускання диска/

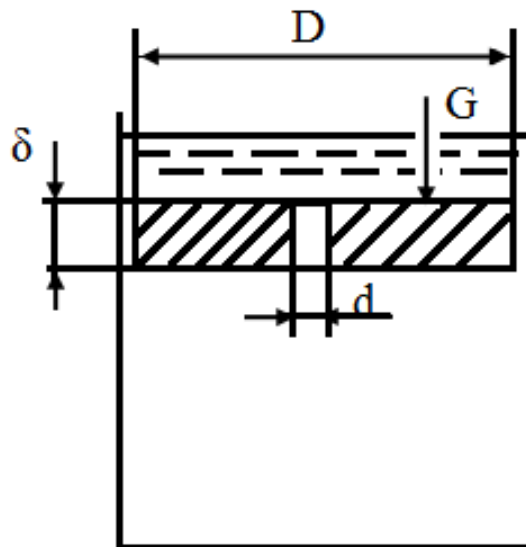


Рисунок 6.11 – Схема до задачі 6.4.3

6.4.4 Воду по трубі подають у резервуар А (рис. 6.12), звідки вона крізь отвір діаметром $d_1 = 30$ мм перетікає в резервуар В, а потім через отвір діаметром $d_2 = 5$ мм – у резервуар С, звідки витікає в атмосферу через насадку діаметром $d_3 = 20$ мм і довжиною 9 см. Визначте витрату води і різниці рівнів H_1 і H_2 .

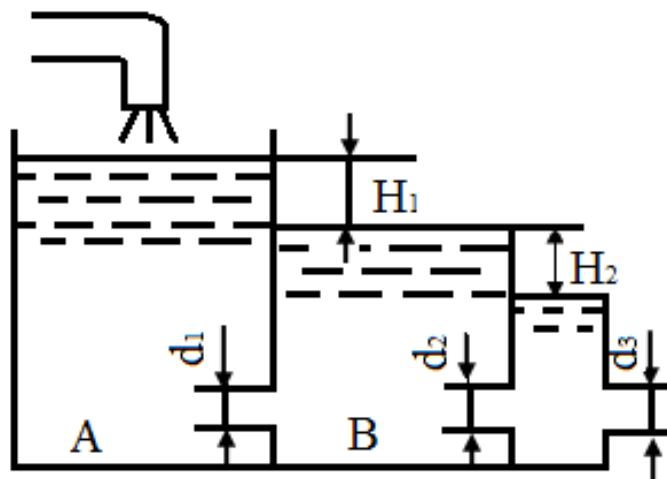


Рисунок 6.12 – Схема до задачі 6.4.4

6.4.5 У пароохолоджувач через трубку з отворами надходить холодна вода з температурою 20°C і витратою $2,78$ л/с. Тиск води в трубці –

1 МПа, тиск у корпусі пароохолоджувача – 0,7 МПа. Скільки в трубці повинно бути отворів діаметром 3 мм, щоб забезпечити задану витрату?

6.4.6 При дослідженні витікання через круглий отвір діаметром 10 мм отримано: діаметр струменя – 8 мм, напір – 2 м, час наповнення об'єму 10 л – 32,8 с. Визначте коефіцієнти стиснення, швидкості, витрати й опору.

6.4.7 Рідина витікає крізь отвір діаметром 10 мм (рис. 6.13). Виміряно: відстань $x = 5,5$ м, висота $y = 4$ м; напір $H = 2$ м, витрата води – 0,305 л/с. Визначте коефіцієнти стиснення, швидкості, витрати й опору. Опором повітря знехтувати.

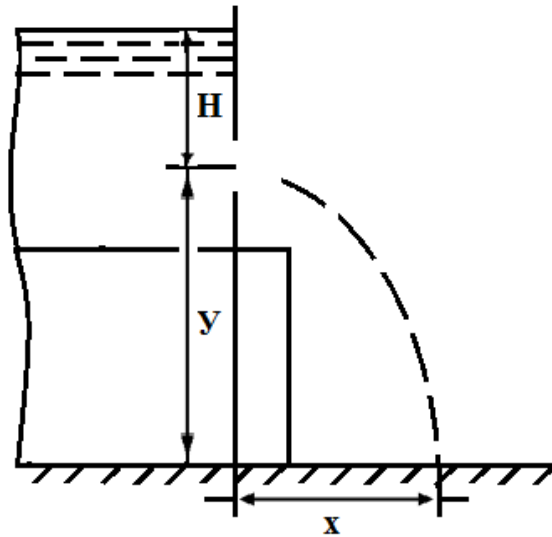


Рисунок 6.13 – Схема до задачі 6.4.7

6.4.8 У бак, розділений на дві секції перегородкою (рис. 6.14), що має отвір діаметром 100 мм, надходить вода в кількості 80 л/с. З кожної секції вона витікає через циліндричну насадку такого самого діаметра, що й отвір. Обчисліть витрату через кожну насадку. Коефіцієнти витрати отвору – 0,62, насадки – 0,82.

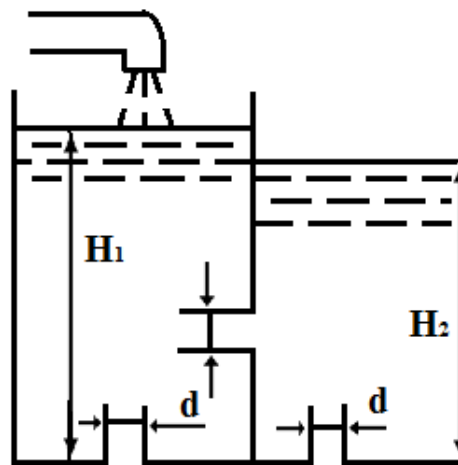


Рисунок 6.14 – Схема до задачі 6.4.8

6.4.9 Визначте коефіцієнт опору п'ятиступінчастого дроселя, віднесений до швидкості в трубці діаметром $d = 10$ мм. Кожний ступінь – це отвір діаметром $d_0 = 2$ мм в стінці товщиною $\delta = 1$ мм (рис. 6.15). Обчисліть також повну втрату тиску в дроселі при швидкості течії в трубці 1 м/с. Питома маса рідини – 850 кг/м^3 , коефіцієнт витрати отвору – 0,62. Взаємний вплив ступенів дроселя не брати до уваги. Втрати тиску між ступеннями розподілені порівну.

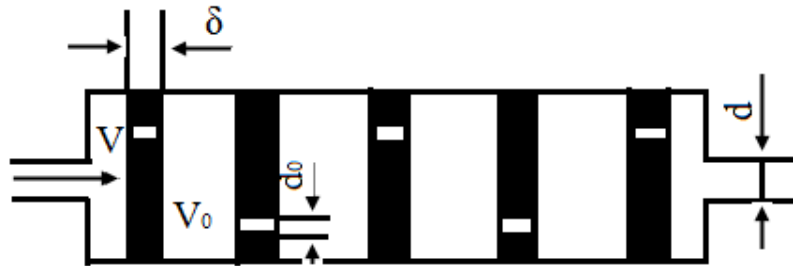


Рисунок 6.15 – Схема до задачі 6.4.9

6.4.10 Резервуар з рідиною закріплений на двох опорах A і може коливатися в площині рисунка (рис. 6.16). При витіканні з отвору сила реакції струменя виводить резервуар зі стану рівноваги, але вантаж вагою G повертає його в початкове положення. Обчисліть коефіцієнти стиснення, швидкості, витрати й опору при витіканні води, якщо $a = b = 1$ м; $H = 2$ м, $Q = 0,305$ л/с; $G = 1,895$ Н; діаметр отвору – 10 мм.

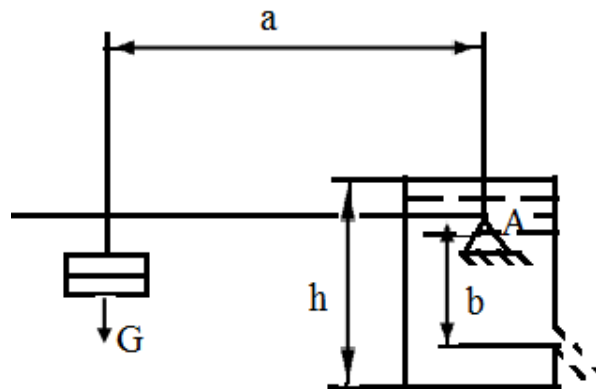


Рисунок 6.16 – Схема до задачі 6.4.10

6.4.11 Вода з верхньої секції закритого бака перетікає в нижню крізь отвір діаметром 30 мм, а відтак через циліндричну насадку діаметром 20 мм витікає в атмосферу (рис. 6.17). Визначте витрату через насадку, якщо показник манометра – 50 кПа, а рівні води у водомірних трубках $h_1 = 2$ і $h_2 = 3$ м. Чому дорівнюватиме надлишковий тиск p_2 над рівнем води в нижній секції?

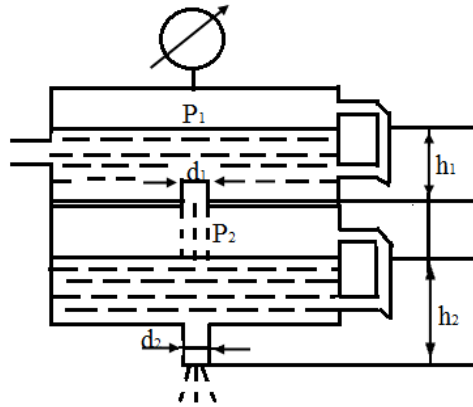


Рисунок 6.17 – Схема до задачі 6.4.11

6.4.12 З резервуара A , в якому підтримують сталий рівень, вода перетікає через циліндричну насадку діаметром 20 мм у резервуар B , з якого зливається в атмосферу по короткій трубці діаметром 25 мм. Напір $H = 900$ мм (рис. 6.18), а вісь насадки розташована на глибині $h = 400$ мм під рівнем води в резервуарі A . Визначте залежність витрати води, що перетікає, від коефіцієнта опору крана.

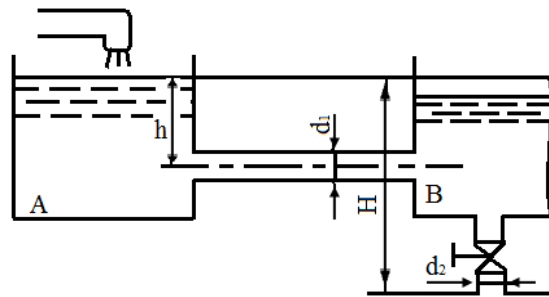


Рисунок 6.18 – Схема до задачі 6.4.12

6.4.13 Бак діаметром $D = 600$ мм заповнюється водою з резервуара зі сталим рівнем $H = 1,2$ м (рис. 6.19). Заповнення відбувається через трубку діаметром $d = 25$ мм, сумарний коефіцієнт опору якої 8. Визначте час заповнення бака до рівня в резервуарі та на яку висоту Z слід підняти рівень у резервуарі, щоби бак на ту саму висоту H заповнювався удвічі швидше.

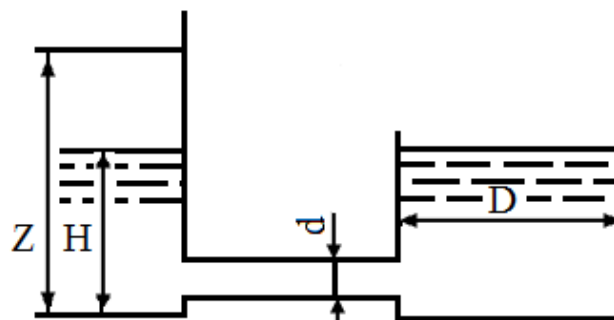


Рисунок 6.19 – Схема до задачі 6.4.13

6.4.14 Резервуар з прямокутною основою $1,0 \times 1,5$ м заповнений водою до висоти 1,8 м. Яким повинен бути діаметр отвору в дні, щоб вода з нього витекла за 45 хв.? Як зміниться час витікання, якщо до отвору під'єднати трубку довжиною 0,8 м, для якої гідравлічний коефіцієнт тертя – 0,03. Коефіцієнт витрати отвору – 0,62.

6.4.15 Визначте напрямок витікання води через отвір діаметром $d_o = 5$ мм і витрату, якщо різниця рівнів $H = 2$ м (рис. 6.20). Показники вакуумметра відповідають 147 мм рт. ст., а показники манометра $p_m = 0,25$ МПа. Коефіцієнт витрати отвору прийняти 0,62.

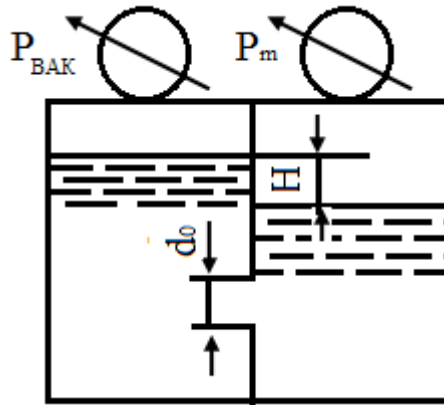


Рисунок 6.20 – Схема до задачі 6.4.15

6.4.16 Визначте час, потрібний для зниження рівня масла у вертикальному бачку діаметром 20 см при витіканні через отвір діаметром 5 мм від рівня 15 см до рівня 5 см. Кінематична в'язкість масла $0,001 \text{ м}^2/\text{с}$. Прийняти, що при $Re = 2gHd / \nu < 25$ коефіцієнт витрати $\mu = Re / 25,2$. Указівка: з рівняння $Qdt = -Sdh$ після інтегрування за h від H_1 до H_2 і врахування, що $\mu = Re / 25,2$, визначають час спорожнення.

6.4.17 Обчисліть силу дії вільного струменя на вертикально поставлену нерухому пластину (див. рис. 6.8, б). Струмінь витікає під напором 20 м з отвору діаметром 11,6 мм у тонкій стінці ($\varepsilon = 0,64$; $\varphi = 0,97$).

6.4.18 Визначте за даними попередньої задачі тиск на пластину, вигнуту по дузі кола з кутом 135° (рис. 6.21).

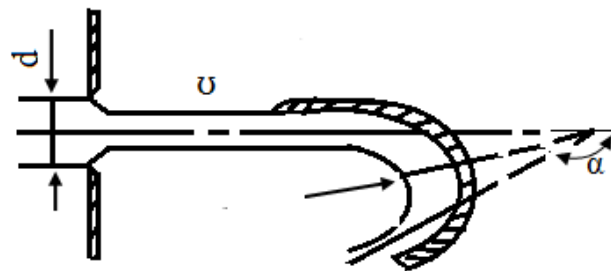


Рисунок 6.21 – Схема до задачі 6.4.18

6.4.19 З якою силою струмінь води діє на угнуту форму пластини (рис. 6.22) при площі перерізу струменя 79 см^2 , витраті води $0,02 \text{ м}^3/\text{с}$ і куті відхилення струменя 135° ?

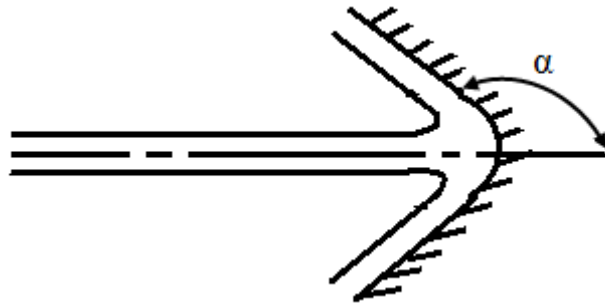


Рисунок 6.22 – Схема до задачі 6.4.19

Питання для самоперевірки

- 1 Надайте характеристики малому отвіру.
- 2 Що таке коефіцієнт стиснення?
- 3 Що таке насадка?
- 4 Як визначається коефіцієнт швидкості?
- 5 Що називається безвідривним режимом руху рідини через насадки?
- 6 Які коефіцієнти використовують при витіканні рідини під рівень, тобто не в атмосферу, а в резервуар з тією самою рідиною?
- 7 Надайте характеристики витіканню при змінному напорі.
- 8 Чи дорівнює час повного спорожнення посудини часу витікання рідини при сталому напорі, який є початковим?
- 9 Надайте характеристики силі дії вільного струменя.

7 ЛАБОРАТОРНИЙ ПРАКТИКУМ

7.1 Лабораторна робота 1

ПЕРЕВІРКА ХАРАКТЕРИСТИК ПНЕВМАТИЧНОГО ПРИВОДУ РОБОТА НА ВІДПОВІДНІСТЬ ТЕХНІЧНИМ ДАНИМ

Мета роботи: вивчення конструкції та принципу дії пневматичного приводу робота, визначення його характеристик.

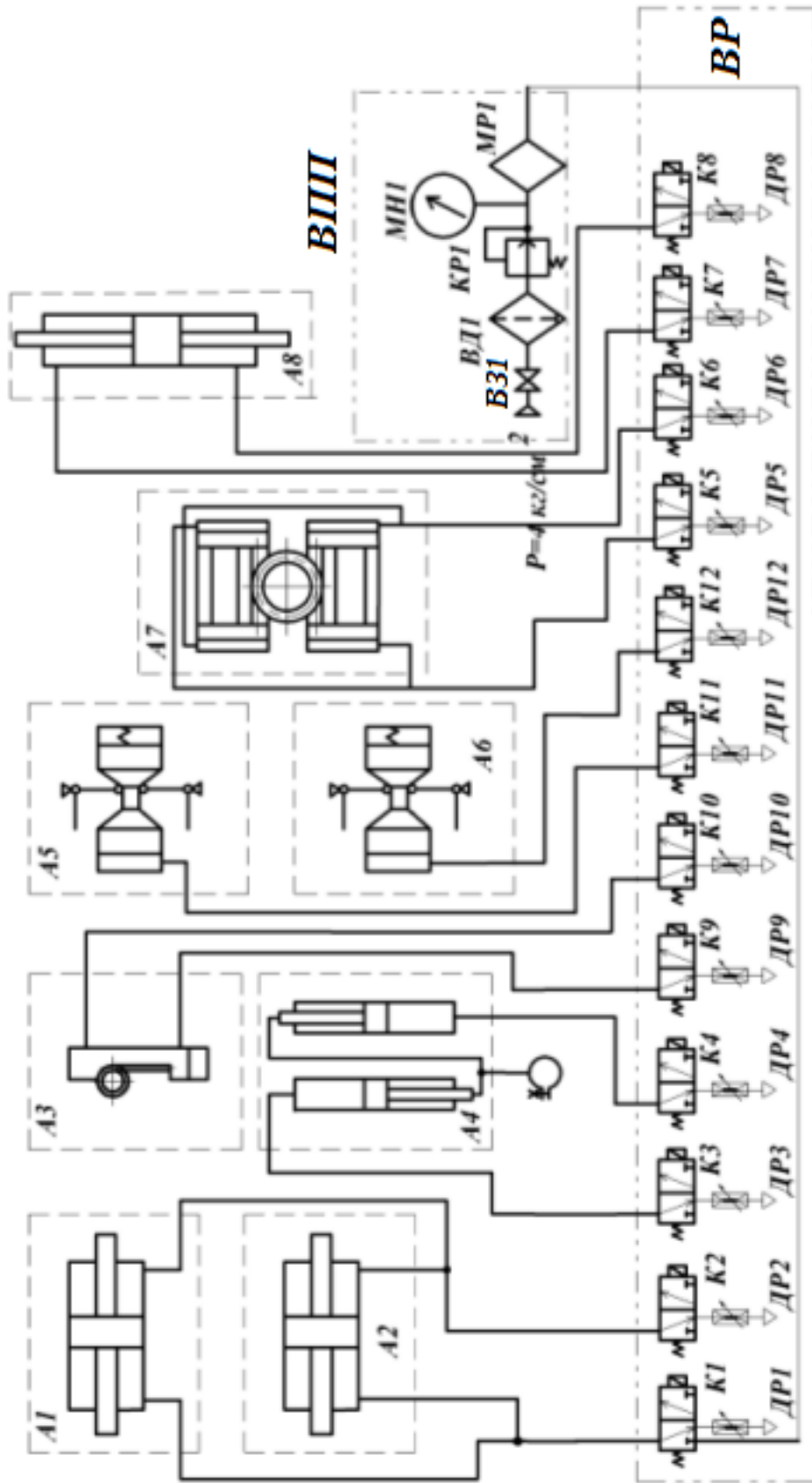
7.1.1 Стислий опис схеми приводу робота МП-11

Пневматичний робот МП-11 призначений для автоматизації технологічних процесів у промисловості. При цьому виконавчі пристрої робота здійснюють захоплення, перенесення та встановлення деталі за заданими координатами робочої зони (табл. 7.1).

Таблиця 7.1 – Технічна характеристика

Параметри	Дані
Вантажопідйомність	1,0 кг
Висування виконуючого пристрою	200 мм
Підйом ВП	65 мм
Поворот ВП	120°
Точність позиціонування	$\pm 0,1$ мм
Робочий тиск повітря	0,4...0,5 МПа
Максимальна величина зсуву захоплювача	25 мм
Максимальний кут повертання захоплювача навколо поздовжньої осі (ротація)	180°
Час висування рук при максимальній величині переміщення	0,8 с
Час повертання рук в горизонтальній площині при максимальному куті повертання	0,85 с
Час піднімання рук при максимальному значенні переміщення	0,5 с
Час зсуву захоплювача при максимальному значенні зсуву	0,35 с
Час ротації захоплювача при максимальному куті ротації	0,4 с

Схема приводу наведена на рисунку 7.1.



А1, А2 - модулі поступальні (руки); А3 - модуль обертальний (ротація схвата); А4 - модуль поступальний (зсув схвата); А5, А6 - схват; А7 - механізм повороту; А8 - механізм підйому; ВР - вузол розподілу; ДР1, ДР2, ... ДР12 - дроселі; К1, К2, ... К12 - пневморозподільники; ВПП - вузол підготовки повітря; ВЗ1 - вентильний запірний, ВД1 - фільтр - вологовідділювач, КР1 - пневмоклапан, МН1 - манометр, МР1 - маслорозчилювач

Рисунок 7.1 – Схема пневматичного приводу робота МП-11

Згідно з функціями пневматичний привід робота можна розподілити на такі вузли:

- вузол підготовки стисненого повітря;
- вузол розподілення стисненого повітря;
- вузол виконавчих двигунів;
- система передачі стисненого повітря між пристроями приводу.

Стиснене повітря через вхідний штуцер, запірний вентиль, вологовідокремлювач, регулятор тиску, маслорозпилювач по трубопроводах подається до розподільних пристроїв.

За допомогою регулятора тиску проводиться налагодження тиску стисненого повітря, яке надходить до елементів приводу.

Маслорозпилювач забезпечує розпилення в потоці стисненого повітря масла, необхідного для змащення елементів виконавчих двигунів, які зазнають тертя, та розподільників.

Контроль тиску стисненого повітря, яке подається до пристроїв робота, виконується візуально за манометром. Манометр встановлено за регулятором тиску.

Блок підготовки повітря виконується автономно. Блок розподілення стисненого повітря включає в себе пристрої, за допомогою яких за заданою програмою можна виконувати відкриття або закриття доступу стисненого повітря в робочій порожнині виконавчих двигунів. У роботі МП-11 використовуються розподільники клапанного типу з електрокеруванням, нормально закриті. На кожний рух ВП у роботі встановлено автономний електроклапан.

Як виконавчі двигуни в схемі робота використовуються пневмоциліндри одно- чи двосторонньої дії з прямолінійним рухом поршня. На кожний ступінь рухомості передбачено виконавчий пневмодвигун, конструкція якого забезпечує задані лінійні переміщення, швидкості та зусилля. Захватний пристрій також має двигун.

Подача стисненого повітря в робочу порожнину циліндра здійснюється крізь відкритий електроклапан, при цьому вихід повітря із неробочої порожнини циліндра в атмосферу виконується через інший відкритий електроклапан.

Регулювання швидкості вихідної ланки двигуна в пневматичних приводах здійснюється шляхом змінення витрати стисненого повітря на виході чи вході двигуна. Конструктивно це виконується пневматичним дроселем, де прохідний переріз регулюється залежно від вимоги до швидкості. У цій схемі кожний електроклапан обладнаний дроселем на вході, який регулюється повертанням регулювального гвинта.

Послідовність та кількість переміщень ВП робота визначається набором програми на пульті ЕЦПУ-6030.

Сигнал про завершення заданого руху надходить з електромагнітних контактів (КЕМ). Спрацьовування контактів відбувається при наближенні до них сталих магнітів, встановлених на рухомих частинах пневматичного двигуна.

Гальмування двигуна ВП при підході до кінцевого положення здійснюється гідравлічними демпферами – при переміщенні та повороті, при підніманні та опусканні – за рахунок дроселювання стисненого повітря на вході та виході із циліндра. У корпусі маніпулятора розміщені механізми підйому та повороту ВП, блок розподілення повітря, виконані електро- та пневморозведення. Для зручності обслуговування корпус має знімний кожух та дві бокові кришки.

Механізм піднімання (рис. 7.2) призначений для забезпечення піднімання та опускання рук маніпулятора. Механізм піднімання складається з корпусу 1 та штока 2, ущільненого манжетами. На верхньому кінці шток-поршня встановлюється кронштейн 3 для закріплення амортизатора механізму повороту. У середині штока 2 (у підшипниках) встановлено вал 4 механізму повороту, на одному кінці якого закріплено колесо зубчасте 5, що взаємодіє з рейками механізму повороту, а на другому – муфта 6 для кріплення руки маніпулятора. На муфті розміщені упори 7 (регулюються гвинтами 8 та 9) для забезпечення необхідного кута повороту руки маніпулятора. Регулювання механізму піднімання зводиться до встановлення необхідного вертикального переміщення рук маніпулятора та перевірки спрацьовування блока перемикачів 10 та 11.

Механізм повороту (рис. 7.3) призначений для забезпечення повороту рук маніпулятора. Механізм повороту складається з корпусу 1, в якому встановлені дві шток-рейки 2.

Модуль поступальний (рука) (рис. 7.4) призначений для забезпечення висування захоплювача в робочу зону та складається із корпусу 1, шток-поршня 2, стрижня 3, основних упорів 4 та регулювальних упорів 5.

Захоплювач та вузли його переміщення звата встановлені на стрижні 3.

Подача повітря приводить до переміщення штока поршня 2 разом зі стрижнем 3 та упорами 4 і 5. Упор 5 натискає на плунжер демпфера 6, при цьому виникає зменшення швидкості. У кінці ходу спрацьовує перемикач 7. КЕМ замикається та видає сигнал про виконання руху.

Привід захоплюючого пристрою виконаний як циліндр з прямолінійним рухом поршня односторонньої дії. З подачею повітря в праву порожнину циліндра поршень рухається ліворуч, при цьому скосами на зовнішньому боці діє на важелі захоплюючого пристрою, стискаючи його.

Зі зняттям тиску повітря зворотний хід поршня виконується під дією зворотної пружини. При цьому важелі захоплюючого пристрою розтискаються під дією пружини важелів. Розмах важелів можна регулювати спеціально передбаченими гвинтами. Демпфери 6 ввертаються в горизонтальну перегородку 8 корпусу 2 і стопоряться гвинтами 9.

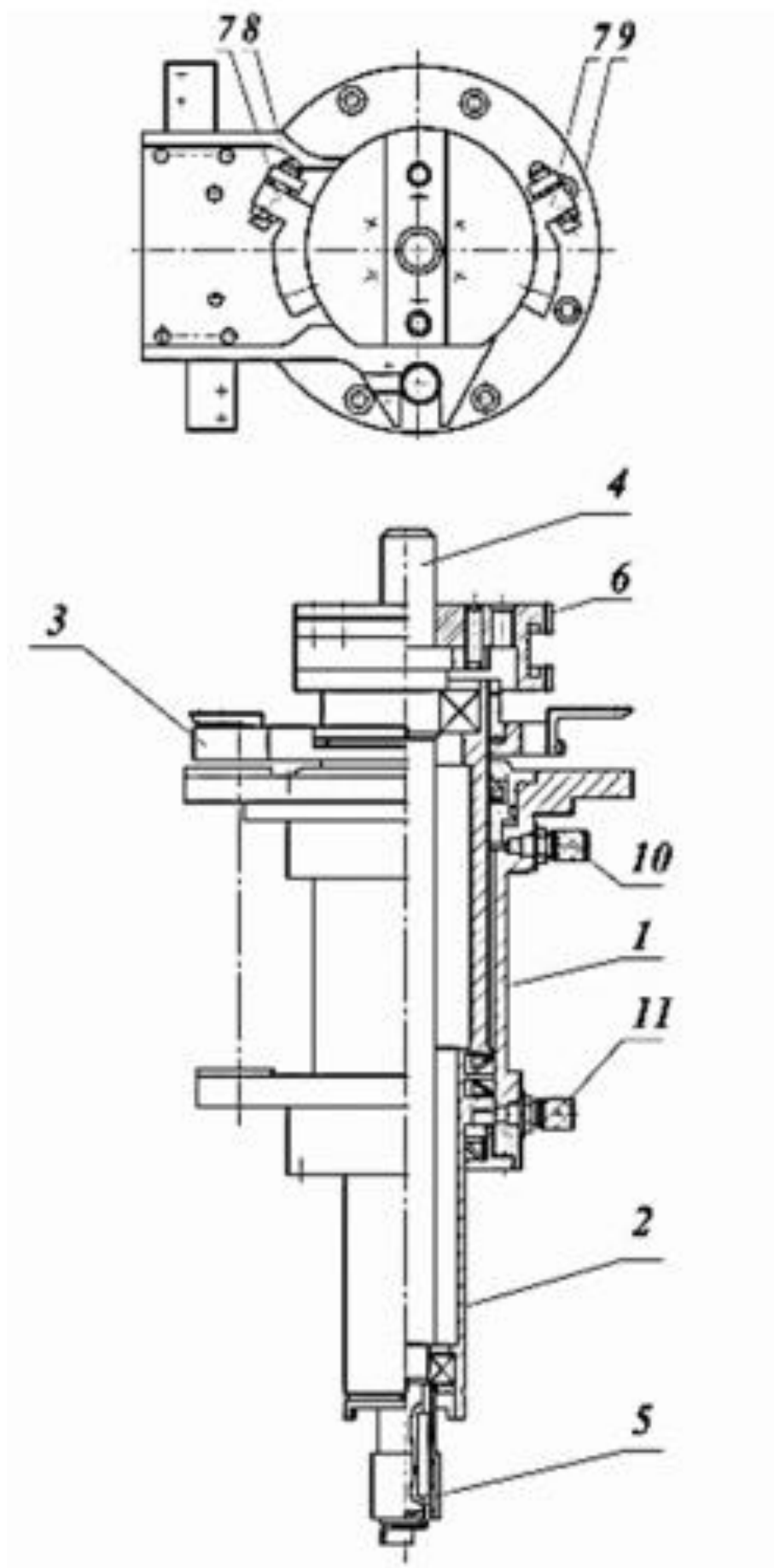


Рисунок 7.2 – Механізм піднімання

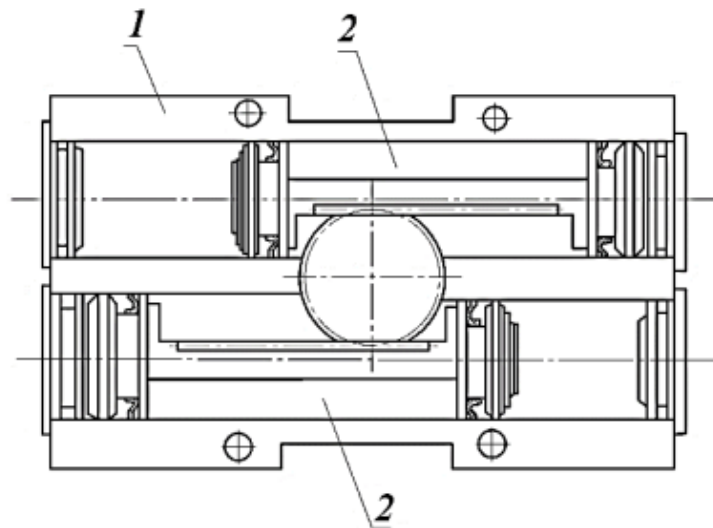


Рисунок 7.3 – Механізм повороту

7.1.2 Відомості з теорії та практики використання пневмоприводів

У роботах, які використовують як робоче тіло стиснене повітря, широко застосовують конструкції виконавчих двигунів у вигляді циліндрів з прямолінійним поступальним рухом поршня. Такі двигуни відносяться до класу об'ємних машин, де робочий процес здійснюється на змінному заповненні робочої камери робочим тілом (у цьому випадку стисненим повітрям) та витісненням його з камери.

У пневматичних двигунах вихідна ланка – поршень із штоком – рухається за рахунок енергії, отриманої від потоку стисненого повітря.

Під робочою камерою об'ємного двигуна розуміється обмежений простір усередині машини, періодично змінюючий об'єм, який поперемінно сполучається з каналами входу та виходу робочого тіла.

У пневматичних приводах як робоче тіло використовується газ – стиснене повітря. Основними характеристиками стану газу є абсолютний тиск P , густина ρ та абсолютна температура T . Для простоти розрахунків приймається, що стан робочого тіла в пневматичних приводах є стан ідеального газу, який описується рівнянням Клайперона

$$p\nu = RT \quad \text{або} \quad p = \rho RT,$$

де R – газова стала;

$$\nu = V / m,$$

де V – об'єм газу;

m – маса газу об'єму V .

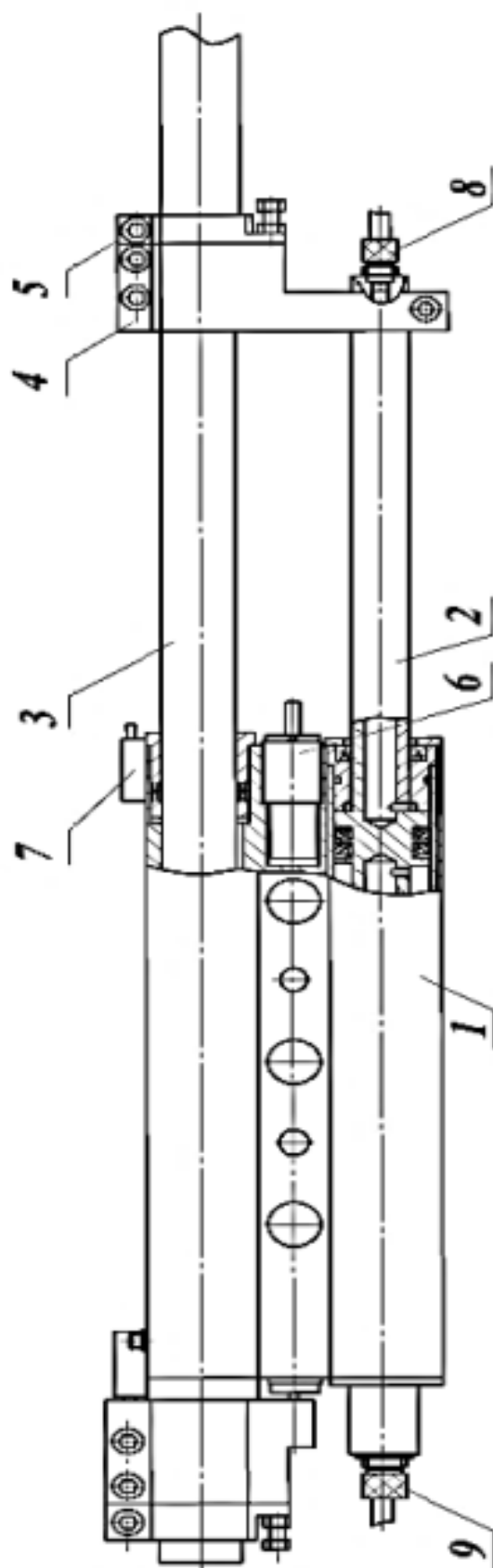


Рисунок 7.4 – Модуль поступальный (рука)

Для визначення основних залежностей при розрахунках конструкції та динаміки пневматичного приводу приймається, що має місце режим одновірної течії ідеального газу без тертя та теплообміну з навколишнім середовищем.

Найбільш простим та поширеним способом регулювання швидкості в пневматичних приводах є регулювання за допомогою дроселя змінного перерізу на виході з двигуна. У практичних розрахунках пневматичних пристроїв для визначення масових витрат газу через дросель використовують таку залежність:

$$G = \mu f p_1 \cdot \sqrt{\frac{2}{RT_2}} \cdot \left[\frac{p_2}{p_1} \cdot \left(1 - \frac{p_2}{p_1} \right) \right], \quad (7.1)$$

де μ – коефіцієнт витрат, враховуючий енергії потоку при проходженні місцевих опорів; на практиці звично приймають $\mu = 0,6 \dots 0,8$;

f – площа прохідного перерізу дроселя;

p_1 – тиск на вході в дросель;

p_2 – тиск на виході з дроселя ($p_2 = 0,1$ МПа – атмосферний тиск);

R – газова стала повітря, $R = 287,14$ Дж/(кг·К);

T_2 – абсолютна температура повітря після дроселя, К.

Наведена залежність виконується для режиму витікання газу при $p_1 / p_2 \geq 0,5$, тобто до критичного режиму витікання.

Для надкритичного режиму витікання, коли $p_1 / p_2 \leq 0,5$, масові витрати визначаються залежністю

$$G = \mu f p_1 \cdot \sqrt{\frac{2}{2RT_2}}, \quad (7.2)$$

На практиці для пневматичних робіт використовують тиск стисненого повітря на вході в двигун $p = 0,4 \dots 0,5$ МПа.

Швидкість поршня двигуна та витрати повітря пов'зані прямою залежністю

$$X^o = Q / F, \quad (7.3)$$

де X^o – швидкість поршня;

Q – об'ємні витрати повітря;

F – ефективна площа поршня.

З аналізування залежностей (7.1)–(7.3) можна встановити, що швидкість поршня двигуна робота залежить від площі прохідного перерізу дроселя на виході, тиску живлення стисненим повітрям та перепаду тиску на поршні.

Для забезпечення заданої швидкості необхідно виконувати налагодження дроселя для кожного значення навантаження.

Як показують розрахунки та умови експлуатації, регулювати швидкістю поршня доцільно шляхом дроселювання стисненого повітря на виході із двигуна. Це дозволяє отримати кращі динамічні характеристики приводу.

7.1.3 Порядок виконання роботи

1 Вивчити принцип дії та конструкцію приводів, використовуючи опис та реальну конструкцію. При вивченні конструкції необхідно зняти кожух та бокові кришки маніпулятора. Визначити місця встановлення основних вузлів маніпулятора. Звернути увагу на конструкцію дроселів та засобів їх регулювання, місцезнаходження амортизаторів механізмів підймання та висування ВП. При відсутності подачі повітря в пневмосхему (вентиль закритий, див. рис. 7.1) оцінити вручну рухомість ВП, роботу при висуванні, підйманні та повертанні, зусилля зрушення з початкового положення.

2 Підготувати робота до роботи, для чого:

- перевірити наявність масла в ємкостях амортизаторів повертання та висування. У разі необхідності додати масло;
- перевірити наявність змащення для прямої ВП у відповідній порожнині корпусу ВП;
- перевірити змащення поверхонь тертя механізмів маніпулятора;
- встановити упори повертання та висування в крайнє положення, що забезпечує максимальний хід руху;
- перевірити, чи закритий запірний вентиль;
- встановити зони безпеки при роботі робота для кожного руху підймання, повертання, висування;
- перевірити налагодження КЕМів на кожному ступені рухомості, для чого вручну виконати прямий та зворотний ходи;
- перевірити готовність блока підготовки повітря, наявність необхідної кількості масла в маслорозпилювачі, відсутність вологи в вологовідокремлювачі;
- відкрити запірний вентиль;
- встановити за допомогою редукційного клапана тиск 0,4 МПа, контроль за величиною тиску виконувати за манометром;
- включити електроживлення, натиснувши кнопку СІТЬ. На пульті повинна загорітися лампа СІТЬ;
- поставити кнопочний перемикач режимів у положення РУЧНИЙ;
- в режимі РУЧНЕ КЕРУВАННЯ перевірити роботу маніпулятора на кожному ступені рухомості, виконуючи 5...6 повторень на кожному русі.

При цьому, дроселі регулювання швидкості повинні бути максимально відкриті, кожний рух повинен виконуватись без збоїв;

- перевірити ефективність гальмування ВП маніпулятора при повертанні та висуванні, не допускаючи різних ударів ВП маніпулятора по упорах.

При необхідності виконати регулювання дросельної голки демпфера.

3 У режимі РУЧНЕ КЕРУВАННЯ реалізувати команди висування, повертання та підймання ВП. Визначити час прямого та зворотного руху для кожного ступеня рухомості. Час виміряти за допомогою електросекундоміра. Виконати п'яти-шостикратне вимірювання часу переміщення ВП робота від упора до упора за кожним ступенем рухомості.

4 Виміряти максимальний хід вихідної ланки приводу при кожному русі. Для вимірювання використовувати звичайний вимірювальний інструмент з метричною шкалою, ціна поділки – 1 мм, точність вимірювання ходу – $\pm 0,5$ мм.

5 Вирахувати середню лінійну швидкість прямого та зворотного ходів при підйманні та висуванні захоплюючого пристрою.

6 Визначити точність позиціонування ВП робота при висуванні захоплюючого пристрою, для чого:

- в режимі РУЧНЕ КЕРУВАННЯ реалізувати команди «Відкриття захоплюючого пристрою» та «Закриття захоплюючого пристрою», встановивши при цьому в захоплюючому пристрої вантаж, який має тримач для голки;

- виконати команди «Рух вперед» та «Рух назад». За допомогою голки на координатному папері відмітити крайні положення центра вантажу;

- повторити рух прямого та зворотного ходів 10...15 разів;

- визначити точність позиціонування δ із співвідношення

$$\delta = 0,5 \cdot (A - d),$$

де A – максимальна зона розсіяння проколів;

d – діаметр голки;

- отриманий результат порівняти з технічними даними робота.

7.1.4 Звіт про роботу

Звіт повинен вміщувати:

а) схему пневматичного приводу;

б) умови проведення та обсяг виконання робіт;

в) отримані результати;

г) аналізування результатів та висновки.

7.1.5 Контрольні питання

- 1 Пояснити принцип дії та конструктивні особливості пневмоприводу робота та окремих вузлів.
- 2 Зазначити способи демпфірування кожного ступеня рухомості.
- 3 Пояснити фізичні основи регулювання швидкості пневматичних двигунів.
- 4 Зазначити способи регулювання швидкості вихідної ланки пневматичного двигуна.
- 5 Зазначити негативні фактори, котрі впливають на роботу приводу.

7.2 Лабораторна робота 2

ВИЗНАЧЕННЯ НАВАНТАЖУВАЛЬНОЇ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПНЕВМАТИЧНОГО ПРИВОДУ

Мета роботи: дослідження впливу навантаження на швидкість вихідної ланки двигуна висування захоплюючого пристрою.

7.2.1 Стислі теоретичні відомості

Рівняння динаміки поршня пневматичного двигуна з урахуванням діючих на нього сил має бути представлене наступним виразом:

$$F \cdot (p_1 - p_2) = mx^{oo} + ax^o + \sum_{n=1}^n N_i, \quad (7.4)$$

де mx^{oo} – сила здолання інерційності маси рухомих частин двигуна висування захоплюючого пристрою;

ax^o – величина, що враховує демпфірування при протіканні повітря між поршнем та стінками циліндра;

$\sum_{n=1}^n N_i$ – сума сил, які діють на поршень (тертя, сталі зовнішні зусилля та ін.).

Із виразу (7.4) випливає, що зі зростання маси корисного вантажу для забезпечення необхідної швидкості необхідно збільшити перепад тиску на поршень $(p_1 - p_2)$.

При сталому вхідному тиску стисненого повітря на двигуні зі збільшенням маси вантажу швидкість вихідної ланки зменшується.

7.2.2 Порядок виконання роботи

1 Підготувати робот до роботи. Регулюванням відповідного дроселя та амортизатора забезпечити максимальну швидкість висування захватного пристрою. Корисне навантаження відсутнє.

2 У режимі ручного керування реалізувати команди, що забезпечують захват вантажу при різних значеннях маси та рух ВП при прямому та зворотному ходах.

3 Прямий та зворотний рух ВП повторити 3 рази при кожному значенні маси вантажу. Виміряти середнє значення швидкості вихідної ланки двигуна висування ВП для вантажів з масами $m_1, m_2, \dots, m_n$. Значення $m_{\min}$ і $m_{\max}$ задаються викладачем.

4 Режими та результати випробувань оформити у вигляді таблиць (табл. 7.2) та графіків, що відображають залежність $x^o = f \cdot (m)$.

5 Обчислити відносне змінення швидкості:

$$x^o = \frac{x_{\max}^o - x_{\min}^o}{x_{\max}^o}$$

6 Випробування провести при сталих значеннях налагодження дроселя та амортизатора висування ВП робота.

Таблиця 7.2 – Режими та результати випробувань

Тиск у мережі p , МПа	Маса вантажів, кг	Показники спрацьовування механізму, с									
		Хід									
		Прямий					Зворотний				
		t_1	t_2	t_3	t_{cp}	V_{cp}	t_1	t_2	t_3	t_{cp}	V_{cp}
	m_1										
	m_2										
	...										
	m_{Π}										

7.2.3 Звіт про роботу

Звіт повинен вміщувати:

- схему випробувань;
- умови проведення та обсяг виконаних робіт;
- таблиці та графіки згідно з результатами випробувань;
- аналізування результатів та висновки.

7.3 Лабораторна робота 3

ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ НАЛАГОДЖЕННЯ ТИСКУ СТИСНЕНОГО ПОВІТРЯ НА ПРАЦЕЗДАТНІСТЬ ПРИВОДУ

Мета роботи: оцінювання впливу вхідного тиску стисненого повітря на працездатність приводу.

7.3.1 Порядок виконання роботи

Підготувати робот до роботи. При номінальному тиску живлення стисненим повітрям $p = 0,4 \dots 0,5$ МПа забезпечити на холостому ходу максимальні швидкості висування захоплювача, підймання та повертання ВП робота.

2 Послідовно при тисках живлення стисненим повітрям $p = 0,2 p_{\text{ном}}$; $p = 0,5 p_{\text{ном}}$; $p = 0,75 p_{\text{ном}}$; $p = p_{\text{ном}}$ у режимі ручного керування забезпечити трикратне виконання команд кожного ступеня рухомості прямого та зворотного напрямків руху, при різноманітних значеннях мас m корисного вантажу: $0,25 m_{\text{АБС}}$; $0,5 m_{\text{ном}}$; $0,75 m_{\text{ном}}$; $m_{\text{ном}}$ при цьому прийняти $m_{\text{АБС}} = 1,0$ кг.

3 У процесі виконання команд оцінити працездатність та характеристики приводу:

- плавність прямого та зворотного ходів без навантаження та з навантаженням;
- надійність прямого та зворотного ходів без навантаження та з навантаженням;
- надійність спрацьовування пневматичних розподільників та КЕМів;
- характер демпфірування кожного руху;
- величину прямого та зворотного ходів, час переміщення;
- надійність захоплювання та перенесення вантажу;
- точність позиціонування.

4 Обчислити середню швидкість лінійного переміщення захоплюючого пристрою при прямому та зворотному ходах.

5 Результати випробувань систематизувати та оформити у вигляді таблиць (табл. 7.3) та графіків $x^o = f \cdot (p, m)$.

7.3.2 Звіт про роботу

Звіт повинен вміщувати:

- а) схему випробувань;
- б) умови проведення та обсяг виконаних робіт;

- в) таблиці та графіки згідно з результатами випробувань;
г) аналізування результатів та висновки.

Таблиця 7.3 – Результати випробувань

Маса вантажy, кг	Тиск у мережі, Мпа	Час спрацьовування механізму, с							
		Хід							
		Прямий				Зворотний			
		t_1	t_2	t_3	t_{cp}	t_1	t_2	t_3	t_{cp}
m_1	p_1								
	p_2								
	p_3								
	p_4								
m_2	p_1								
	p_2								
	p_3								
	p_4								
$m_{п}$	p_1								
	p_2								
	p_3								
	p_4								

7.3.3 Контрольні питання

- 1 Пояснити характер впливу змінення вхідного тиску стисненого повітря на працездатність приводу.
- 2 Який діапазон вхідного тиску стисненого повітря є допустимим для приводу робота МП-11?
- 3 Який клас точності манометра є достатнім для експлуатації робота МП-11?
- 4 Чи необхідне регулювання дроселів відповідних ступенів рухомості при зміні навантаження на 10, 50 %?
- 5 Чи необхідно переналагоджувати амортизатори відповідних ступенів рухомості зі зміщенням вхідного тиску на 10, 50 %, при відсутності навантаження, при максимальному навантаженні?
- 6 Пояснити можливі наслідки для технологічного процесу при різкому відключенні повітря живлення робота.

7.4 Лабораторна робота 4

ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПНЕВМАТИЧНОГО ПРИВОДУ

Мета роботи: визначення залежності змінення тиску в робочих камерах приводу від часу переміщення та швидкості поршня; порівняльне оцінювання теоретичних та експериментальних даних згідно з характеристиками приводу.

7.4.1 Стислі теоретичні відомості

Розглянемо рівняння стану стисненого повітря в робочій камері двигуна при прямому ході поршня. Маса повітря в робочій камері при переміщенні поршня буде визначатися виразом

$$M = \rho \cdot (V_o + F \cdot x),$$

де M – маса повітря;

V_o – початковий об'єм робочої камери;

F – площа поршня;

x – хід поршня.

З урахуванням $\rho = p / R \cdot T$

$$M = \frac{p_1}{R \cdot T} \cdot (V_o + F \cdot x).$$

Змінення маси за часом або масова витрата:

$$\frac{d \cdot M}{d \cdot t} = G = \frac{1}{R \cdot T} \cdot \frac{d \cdot p_1}{d \cdot t} \cdot (V_o + F \cdot x) + \frac{p_1}{R \cdot T} \cdot F \cdot \frac{d \cdot x}{d \cdot t},$$

звідки

$$\frac{d \cdot p_1}{d \cdot t} = \frac{(R \cdot T / F) \cdot G - p_1 \cdot dx / dt}{V_o / F + x}, \quad (7.5)$$

де G – витрати повітря в робочу камеру, що визначається згідно з режимами витікання за залежностями (7.1), (7.2);

V_o – величина, стала для цієї конструкції двигуна.

Рішення рівняння (7.5) можливо, якщо відома залежність для змінної d_x/d_t .

Рівняння переміщення поршня з урахуванням діючих на нього сил наведено залежністю (7.4). Час переміщення поршня, процес змінення тиску в робочій камері, швидкість поршня можна знайти із сумісного рішення рівнянь (7.4) і (7.5) та подальшого інтегрування. Із-за складності та нелінійності рівняння (7.5) на практиці ця система рівнянь вирішується численним інтегруванням.

Для малих проміжків часу та ділянок інтегрування вихідна система рівнянь набуде вигляду

$$\begin{aligned}\Delta p_{1i} &= \frac{1}{k + x_{i-1}} \cdot \left(\frac{R \cdot T}{F} \cdot G_{i-1} - p_{1(i-1)} \cdot x_{i-1} \right) \cdot \Delta t_i ; \\ p_{1i} &= p_{1(i-1)} + \Delta p_{1i} ; \\ x_1^{oo} &= \frac{F}{m} \cdot (p_{1i} - p_{at}) - \frac{\alpha}{m} \cdot x_{i-1} - \frac{c}{m} \cdot x_{i-1} - \frac{\sum N}{m} ; \\ \Delta x_i^o &= x_{i-1}^{oo} \cdot \Delta t_i ; \\ x_i^o &= x_{i-1}^o + \Delta x_i^o ; \\ x_i &= x_{i-1} + x_{i-1}^o \cdot \Delta t_i + 0,5 \cdot (x_i^{oo} \cdot \Delta t_i^2),\end{aligned}\tag{7.6}$$

де $k = \frac{V_o}{F}$;

Δt – крок інтегрування.

Величина P_2 в рівнянні (7.4) набуває значення атмосферного тиску P_{am} , якщо спочатку розглядається прямий хід поршня. Ліва робоча камера при цьому пов'язана з атмосферою. Індекс «і» показує на порядковий номер кроку інтегрування.

Інтегрування проводять у такій послідовності:

1 Приймаються початкові умови:

$$i = 0 ; \quad x_o = 0 ; \quad p_{10} = \sum N / F + p_{am} ; \quad x^o = 0 ; \quad \Delta t_i = \Delta t_1.$$

Значення ΔP_1 на першій ділянці ΔP_{11} визначається за першим рівнянням системи (7.6).

2 За знайденим значенням ΔP_{11} визначається значення потужності P_{11} , яке дозволяє отримати тиск у робочій камері через Δt_1 після подачі повітря.

3 Значення P_{11} підставляється в третє рівняння, при цьому отримується значення прискорення поршня X_{11}^{oo} в кінці першого кроку Δt_1 .

4 Послідовно вирішуються рівняння четверте, п'яте та шосте, при цьому отримується значення для положення поршня після закінчення часу Δt_1 .

5 Розрахунок повторюється для кроку часу Δt_2 , Δt_3 і т. д., поки значення ходу поршня не досягне величини $x = x_{\max}$, де $x_{\max}$ – максимальний хід поршня від упора до упора.

Максимальний час переналагодження поршня при $x = x_{\max}$ визначається виразом

$$t_{\max} = \sum_{i=1}^n \Delta t_i,$$

де n – кількість кроків інтегрування.

У приводах з точною якістю складання та малим ресурсом напрацювання можна прийняти $a = 0$.

Визначення процесу зворотного ходу виконується за залежністю (7.6), при цьому приймають початкові умови:

– об'єм робочої камери $V_{\text{поч}} = V_o + x_{\max} \cdot F$;

– тиск у робочій камері $P_{\text{жив}}$.

При зворотному ході тиск у першій камері визначається залежністю

$$\frac{dp_1}{dt} = \frac{p_1 \cdot (dx/dt) - (R \cdot T / F) \cdot G}{V_{\max} / F - x}. \quad (7.7)$$

Сумісне рішення рівнянь (7.6) дозволяє оцінити процес змінення тиску в кожній камері двигуна, визначити час переміщення та координати поршня в заданий момент часу.

7.4.2 Порядок виконання роботи

1 Методами чисельного інтегрування визначити характер змінення тиску в робочих камерах двигуна висування захоплюючого пристрою для прямого та зворотного ходів, час переміщення та середні швидкості поршня.

2 Вибрати початкові умови. Значення параметрів визначаються для кожного робочого місця викладачем; при цьому значення маси корисного вантажу та тиску живлення приймаються аналогічно прийнятим в лабораторних роботах 2 та 3.

3 Кількість кроків інтегрування прийняти такою, що дорівнює 5...6.

4 За отриманими результатами побудувати графіки залежності $p_{1,2} = f(t)$, порівняти розрахункові дані для часу переміщення поршня (t_p) з експериментальними ($t_{екс}$).

7.4.3 Звіт про роботу

Звіт повинен вміщувати:

- а) вихідні теоретичні залежності та вихідні дані для інтегрування;
- б) таблицю з результатами чисельного інтегрування та відповідні дослідні дані;
- в) графік залежності $p = f(t)$;
- г) аналізування результатів обчислювання та висновки.

7.4.4 Контрольні питання

1 Пояснити, як посилення впливає на тиск в робочій порожнині та швидкість двигуна.

2 Пояснити, чи має тиск у початковий момент руху та в момент закінчення.

3 Довести, що зі зменшенням інтервалу Δt_1 точність чисельного інтегрування збільшується.

4 Пояснити, як змінити швидкість поршня та тиск у робочій порожнині при збільшенні негерметичності між стінками циліндра та поршня.

5 Зазначити фактори, які впливають на похибку у визначенні швидкості розрахунковим та експериментальним методами.

ДОДАТОК А

Глосарій

Рідина – це тіло, яке має властивість текучості, тобто воно здатне сильно змінювати свою форму під дією незначних сил. У гідромеханіці під рідиною розуміють звичайні, або так звані крапельні, рідини і гази, якщо швидкість їхньої течії мала (порівняно зі швидкістю звука в цьому газі).

Питома маса – це відношення маси рідини до її об'єму.

Питома вага – це відношення ваги або сили тяжіння рідини до її об'єму.

Об'ємне стиснення – це зміна об'єму і питомої маси рідини зі зміною тиску.

Об'ємний коефіцієнт стиснення – це відносна зміна об'єму при дії одиниці тиску

Пружність – це властивість рідини поновлювати свій об'єм після припинення дії сил. Її описує об'ємний модуль пружності.

Температурне розширення – це зміна об'єму і питомої маси рідини зі зміною температури.

В'язкість – це властивість рідини чинити опір під час її руху.

П'єзометрична висота – це висота, на яку підніметься рідина в трубці (п'єзометрі) під дією тиску.

Геометрична висота – висота будь-якої точки над довільною горизонтальною площиною.

Рівняння гідростатики – полягає в тому, що для різних точок нерухомої рідини сума геометричної та п'єзометричної висот незмінна.

Закон Паскаля – зовнішній тиск, що діє на вільній поверхні рідини, передається в усі точки рідини.

П'єзометр – це прилад для вимірювання невеликого тиску в рідині за допомогою висоти стовпа цієї ж рідини. Він складається з вертикальної скляної трубки, верхній кінець якої відкритий і сполучений з атмосферою, а нижній приєднаний до посудини, в якій вимірюють тиск.

Рідинний манометр – це U-подібна скляна трубка, у коліні якої міститься рідина, важча від тієї, що заповнює посудину, при цьому, один кінець трубки приєднаний до посудини, а другий відкритий.

Диференціальний манометр – це U-подібна трубка, заповнена робочою рідиною, кожний з кінців якої приєднаний до точок, між якими треба виміряти різницю тисків.

Мановакуумметри – це прилад, який має дві шкали – для надлишкового тиску і для розрідження. Наприклад, якщо на прилад подається тиск, більший від атмосферного, стрілка відхиляється вправо від нуля, а якщо в штуцері буде розрідження – стрілка переміщується вліво.

Електричний манометр – це манометр, який має чутливий елемент – мембрану, рух якої передається повзуну потенціометра, який разом з показником підімкнений до електричної схеми.

Лінія течії – крива, дотична до якої в кожній точці збігається з напрямком вектора швидкості в рідині.

Трубчаста поверхня – це поверхня, в якій у рухомій рідині виділено дуже малий замкнений контур.

Елементарна струминка – це частина потоку, що є всередині трубки течії.

Поток рідини – це рухомий об'єм рідини певних розмірів, який складається з нескінченно великої кількості нескінченно малих елементарних струминок

Середня швидкість рідини – це умовна швидкість, однакова для всіх точок перерізу, при якій витрата потоку буде такою самою, як і при різних місцевих швидкостях.

Ламінарний режим рідини – це режим, коли частинки рідини рухаються паралельно одна до одної вздовж осі труби зі сталими швидкостями. Цей рух усталений.

Турбулентний режим рідини – режим рідини, в якому окремі частинки рухаються хаотично, їхні траєкторії перетинаються, окремі об'єми перемішуються й обертаються (у результаті, виникають пульсації тисків і швидкостей, тому рух неусталений).

Прості трубопроводи – це трубопроводи, що складаються з однієї нитки труб без бокових гілок.

Складний трубопровід – це трубопроводи, що містять у собі декілька простих трубопроводів, з'єднаних послідовно, паралельно або розгалужених у різних комбінаціях. Складні трубопроводи поділяють на тупикові (незамкнені) та кільцеві (замкнені).

Характеристика трубопроводу – це залежність потрібного напору від витрати рідини.

Гідравлічний удар – це явище, яке виникає, якщо швидкість руху рідини в трубопроводі змінюється раптово, тобто спостерігається коливальний процес (різкі підвищення і зниження тиску з поступовим зменшенням його амплітуди).

Фаза гідравлічного удару – час проходження ударної хвилі в прямому і зворотньому напрямках.

Малий отвір – це отвір, розміри якого набагато менші (на порядок), ніж значення напору.

Насадка – це коротка трубка, прикріплена до отвору, її довжина від 3 до 5 діаметрів. Під час руху рідини через насадку на його початку струмінь стискається, потім розширюється до стінок насадки. Повітря, яке до витікання рідини було в насадці, захоплюється струменем, і тому в стисненій зоні виникає вакуум.

ЛІТЕРАТУРА

1. Богуцький О. А. Гідропневмоавтоматика : методичні вказівки до лабораторних робіт / О. А. Богуцький, Г. М. Кущій. – Краматорськ : ДДМА, 2022. – 20 с.
2. Колісніченко Е. В. Гідравліка, гідро- та пневмоприводи : конспект лекцій / Е. В. Колісніченко, А. С. Мандрика, В. О. Панченко. – Суми : Сумський державний університет, 2021. – 176 с.
3. Богуцький О. А. Гідропневмоавтоматика : методичні вказівки до практичних занять та самостійній роботі / О. А. Богуцький, Г. М. Кущій. – Краматорськ : ДДМА, 2022 – 120 с.
4. Пелевін Л. Є. Гідравліка, гідромашини та гідропневмоавтоматика: підруч. для студентів вищ. техн. навч. закл., які навч. за напрямом підгот. «Інж. механіка», «Пед. освіта», «Автоматизація та комп'ютер.-інтегр. технології», «Приклад. механіка» та «Електромеханіка» / Л. Є. Пелевін, Д. О. Міщук, В. П. Рашківський та ін. ; М-во освіти і науки України, Київ. нац. ун-т буд-ва і архітектури. — Київ: КНУБА, 2015. — 340 с. : іл. — Бібліогр.: с. 334 (20 назв). — ISBN 978-966-2374-21-6
5. Бутенко О. Г. Гідравліка і гідромашини: навч. посіб. для студ. енергет. та машинобудів. спец. / О. Г. Бутенко, О. М. Цабієв, С. В. Мельник ; Одес. нац. політехн. ун-т. — Одеса: Наука і техніка, 2004. — 232 с. : іл., табл. ; 20 см. — Бібліогр.: с. 228—229 (26 назв). — ISBN 966-8335-00-7
6. Дідур В.А. Гідравліка: підруч. для підгот. фахівців ОКР «Бакалавр» / Дідур В. А. [та ін.] ; за ред. акад. АН ВШУ, д-ра техн. наук, проф. В. А. Дідура. — Херсон: ОЛДІ-ПЛЮС, 2015. - 622 с.
7. Бойко А.А. Гідравліка та гідропривід: навч. посіб. для студ. напряму підготов. 090104 «Лісозаготівля» / А. А. Бойко; Нац. лісотехн. ун-т України, Каф. ліс. машин і гідравліки. — Львів: РВВ НЛТУ України, 2010. – 307 с.
8. Дідур В.А. Гідравліка та її використання в агропромисловому комплексі / В. А. Дідур, О. Д. Савченко, Д. П. Журавель, С. І. Мовчан; — К.: Аграрна освіта, 2008. - 577 с.
9. Світлий Ю. Г., Гідравлічний транспорт (монографія) / Ю.Г.Світлий, В. С. Білецький. — Донецьк: Східний видавничий дім, Донецьке відділення НТШ, «Редакція гірничої енциклопедії», 2009. - 436 с. ISBN 978-966-317-038-1
10. Буренніков Ю.А. Гідроприводи та гідро- пневмоавтоматика : лабораторний практикум / Ю. А. Буренніков [та ін.] – Вінниця : ВНТУ, 2016. – 100 с.
13. Гідравліка, пневматика, термодинаміка : навчальний посібник (для студентів спеціальності 015- професійна освіта) / М. С. Корець. – Київ : Вид-во НПУ імені М. П. Драгоманова, 2020. - 323 с..

14. Левицький Б.Ф., Лещій Н.П. Гідравліка. Загальний курс. Львів: Світ, 1994. - 264 с.

15. Технічна термодинаміка, гідравліка і гідромашини : навч. посібник : у 2 ч. Ч. 2 : Технічна термодинаміка та гідростатика / В. Е. Дранковський [та ін.] ; Нац. техн. ун-т "Харків. політехн. інт". Харків : НТУ "ХПІ", 2020. - 194 с.

16. Методичні вказівки до установчих занять з курсу "Гідравліка, гідро- та пневмоприводи" для студентів заочної форми навчання всіх спеціальностей бакалаврата "Інженерна механіка"/ П.М. Андренко, В.В. Клітної, О.В. Дмитрієнко. Харків: НТУ "ХПІ", 2008. - 56 с.

17. Гідравліка : навч.-метод. посіб. / О. В. Дмитрієнко, Н. М. Фатєєва, О. М. Фатєєв, Шевченко Н. Г. Харків: НТУ «ХПІ», 2023. 122 с.

18. Федоров В.Г. Ф 33 Гідравліка і гідропривод: довідник / В.Г. Федоров, Н.С. Мамелюк, О.І. Кепко, О.С. Пушка; за ред. В.Г.Федорова. Умань: Видавничополіграфічний центр «Візаві», 2017. - 135 с.

Навчальне видання

**МАКАРЕНКО Наталія Олексіївна
КУЩІЙ Ганна Михайлівна
ГОЛУБ Денис Михайлович
ПЛІС Сергій Григорович**

ГІДРАВЛІКА, ГІДРО- ТА ПНЕВМОПРИВОДИ

**Посібник
до практичних, лабораторних занять та самостійної роботи**

**для студентів освітньо-професійних програм
132 «Матеріалознавство», 131 «Прикладна механіка»
денної та заочної форм навчання**

Редагування і комп'ютерне верстання І. І. Дьякова

158/2021. Формат 60 x 84/16. Ум. друк. арк.. 8,14.
Обл.-вид. арк.. 4,1. Тираж 100 пр. Зам. №.47

Видавець і виготівник
Донбаська державна машинобудівна академія
84313, м. Краматорськ, вул. Академічна, 72.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
ДК № 1633 від 24.12.2003